

173  
P2  
v. 2  
cop. 1

# CORRESPONDANCE

SUR

L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

*Jean Nicolas Pierre*  
Rédigée par M. HACHETTE. (1769-1834)

II<sup>e</sup>. Volume.

N<sup>o</sup>. I<sup>er</sup>. Janvier 1809.

§. I.

GÉOMÉTRIE.

*Sur la Pyramide triangulaire,*

Par M. MONGE.

THÉORÈME I.

*Le centre de gravité d'une pyramide triangulaire est au milieu de la droite qui joint les milieux de deux arêtes opposées quelconques (1).*

PREMIÈRE DÉMONSTRATION.

Concevons la solidité de la pyramide divisée en une infinité de filets prismatiques dont les bases soient infiniment petites dans leurs deux dimensions, et dont la longueur finie soit parallèle à un arête quelconque de la pyramide; tous ces filets seront terminés par les deux faces de la pyramide qui se coupent dans l'arête opposée. Cela posé, si par l'arête opposée, et par le milieu de la première on mène un plan, ce plan coupera tous les filets en deux parties égales, comme il coupe en deux parties égales l'arête qui leur est parallèle; il

(1) Voyez la définition des arêtes opposées, 1<sup>er</sup>. volume, page 440.  
I

passera donc par le centre de gravité de chacun d'eux , et par conséquent par le centre de gravité de leur système , qui est la pyramide elle-même.

Par la même raison , si par la première arête et par le milieu de son opposée , on mène un second plan , ce plan passera aussi par le centre de gravité de la pyramide ; donc le centre de gravité sera dans l'intersection des deux plans ; mais chacun de ces plans passe par les milieux des deux arêtes opposées , donc leur intersection passe par ces deux points ; donc la droite menée par les milieux de deux arêtes opposées contient le centre de gravité de la pyramide , qui se trouve par conséquent à l'intersection commune des trois droites menées par les milieux des arêtes opposées.

Or , on sait que les trois droites menées par les milieux des arêtes opposées , sont les axes du parallépipède circonscrit , et se coupent réciproquement dans leurs milieux. Donc le centre de gravité de la pyramide est au milieu de la droite qui joint les milieux des deux arêtes opposées quelconques. *C. Q. F. D.*

Dans cette démonstration , nous avons considéré les trois droites qui joignent les milieux des arêtes opposées ; dans la suivante , nous ne considérerons qu'une seule d'entr'elles.

#### SECONDE DÉMONSTRATION.

Après avoir fait passer par une quelconque des arêtes de la pyramide un plan parallèle à l'arête opposée , concevons que ce plan se meuve parallèlement à lui-même jusqu'à ce qu'il vienne passer par l'arête opposée ; ce plan , dans chacune de ses positions successives , coupera la pyramide suivant un parallélogramme , car il coupera les deux faces contiguës à la première arête en deux droites qui seront parallèles à cette arête , et par conséquent parallèles entr'elles , et il coupera les deux autres faces qui sont contiguës à l'arête opposée en deux autres droites qui seront parallèles à cette seconde arête , et par conséquent parallèles entr'elles. De plus , tous les parallélogrammes obtenus de cette manière auront leurs côtés homologues parallèles entr'eux , et leurs angles correspondans égaux ; mais ils ne seront pas semblables , parce que le rapport de leurs côtés contigus ne sera pas le même ; c'est l'un de ces côtés qui devient nul quand le plan passe par une des arêtes , et c'est l'autre qui s'évanouit quand le plan passe par l'arête opposée.

Cela posé , concevons que le plan dans son mouvement ait divisé la solidité de la pyramide en une infinité de tranches parallélogrammiques d'égale épaisseur , puis menons un plan par l'une des deux arêtes et par le milieu de son opposée ; ce plan

divisera chaque tranche en deux parties égales , parce qu'il passera par les milieux des côtés de cette tranche parallèles à l'arête opposée ; il passera donc par le centre de gravité de chacune des tranches. Par la même raison , si par la seconde arête et par le milieu de la première on mène un second plan , ce plan coupera toutes les tranches en deux parties égales , et passera par le centre de gravité de chacune d'elles ; donc l'intersection de ces deux plans passera par les centres de gravité de chacune des tranches. Mais chacun de ces deux plans passe par les milieux des deux arêtes opposées ; leur intersection passe donc par ces deux points ; donc la droite menée par les milieux des deux arêtes opposées , passe par le centre de gravité de chacune des tranches parallèles à ces arêtes.

Actuellement , si parmi toutes les tranches on en considère deux quelconques qui soient à distances égales des deux arêtes opposées , leurs solidités seront égales entr'elles. En effet , ces deux tranches ayant même épaisseur , leurs solidités seront entr'elles comme les aires des parallélogrammes qui leur servent de bases ; et les parallélogrammes ayant leurs angles correspondans égaux , leurs aires seront entr'elles comme les produits de leurs côtés contigus ; ainsi les solidités des deux tranches seront entr'elles comme les produits des côtés contigus de leurs parallélogrammes. Or , ces deux produits sont égaux entr'eux : car en nommant  $M$  ,  $N$  les côtés contigus du parallélogramme de la première tranche , et  $M'$  ,  $N'$  les côtés correspondans de la seconde ; si l'on exprime par  $A$  la longueur de la droite qui joint les milieux des arêtes opposées , et par  $a$  la partie de cette droite comprise entre chacune de ses extrémités et celle des deux tranches qui en est plus voisine , on aura

$$M : M' :: a : A - a$$

$$N' : N :: a : A - a$$

on aura donc

$$M : M' :: N' : N ,$$

ce qui donne

$$M N = M' N'$$

Ainsi deux tranches quelconques prises à égales distances des extrémités ( ou du milieu ) de la droite qui joint les milieux des arêtes opposées , sont égales en solidité ; donc , le centre de gravité du système de ces deux tranches est au milieu de la droite qui passe par leurs centres de gravité particuliers ; donc il est au milieu de la droite qui joint les milieux des deux arêtes opposées. Donc le centre de gravité du système de toutes les tranches , c'est-à-dire le centre de gravité de toute la pyramide , est au milieu de cette droite. *C. Q. F. D.*

Le théorème que nous venons de démontrer fournit la cons-

truction la plus simple du centre de gravité de la pyramide triangulaire, et doit être de quelque utilité dans les opérations relatives aux déblais et remblais.

C'est aussi ce théorème qui conduit le plus directement à la proposition suivante déjà connue, *la distance du centre de gravité d'une pyramide triangulaire à un plan quelconque, est le quart de la somme des distances des sommets des quatre angles au même plan.* Réciproquement, cette dernière proposition supposée connue, fournit une démonstration très-simple du théorème.

J'ajouterai ici quelques détails qui trouveroient difficilement place ailleurs.

Si par chacune des six arêtes d'une pyramide triangulaire quelconque, et par le milieu de l'arête opposée, on mène un plan, on aura six plans, qui passeront par le centre commun de gravité de la pyramide, du parallépipède circonscrit et de la pyramide conjuguée (1). Chacun de ces plans sera diagonal par rapport au parallépipède circonscrit, c'est-à-dire passera par deux arêtes parallèles opposées de ce parallépipède, et ils rempliront la même fonction dans la pyramide conjuguée, c'est-à-dire que chacun d'eux passera par une des arêtes de cette seconde pyramide, et par le milieu de l'arête opposée.

Ces six plans se couperont les uns les autres en sept droites. Parmi ces plans, les trois qui passeront par les arêtes contiguës au sommet d'un même angle de la pyramide ou de la conjuguée, se couperont dans une même droite. Ainsi, la pyramide étant désignée par les lettres *A, B, C, D*, les trois plans qui passeront par les arêtes

*AB, AC, AD,*

se couperont dans une même droite ;

il en sera de même des plans menés par les arêtes *BC, BD, BA,*

de ceux menés par les arêtes

*CD, CA, CB,*

et de ceux menés par les arêtes

*DA, DB, DC.*

Chacune de ces quatre droites passera :

1°. Par le centre commun de gravité du parallépipède et des deux pyramides conjuguées ;

2°. Par le sommet d'un des angles d'une des pyramides ;

3°. Par le centre de gravité de la face opposée à cet angle ;

4°. Par le sommet opposé de la pyramide conjuguée ;

5°. Par le centre de gravité de la face opposée à cet angle, dans la pyramide conjuguée ;

6°. Par les centres de gravité des deux faces du noyau qu'elle traverse. Enfin, chacune d'elles sera une des diagonales du parallépipède circonscrit.

---

(1) Voyez 1<sup>er</sup>. volume, page 440.

Ceux des six plans qui seront menés par les arêtes opposées de la pyramide se couperont deux à deux dans trois droites, dont chacune passera :

1°. Par le centre commun de gravité du parallépipède, et des deux pyramides inscrites;

2°. Par les centres de gravité de deux faces parallèles du parallépipède, et chacune d'elles sera une des trois diagonales de l'octaèdre, qui est le noyau commun aux deux pyramides conjuguées.

## SUR LA SOLIDITÉ DE LA PYRAMIDE.

### THÉORÈME I.

En représentant par  $A, B, C$  les longueurs des trois arêtes d'un parallépipède contiguës au sommet d'un même angle, et par  $a, b, c$ , les angles que forment entr'elles ces trois arêtes considérées deux à deux, on démontre facilement que la solidité du parallépipède est exprimée par

$$ABC\sqrt{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c}.$$

Nous savons d'ailleurs que les trois arêtes  $A, B, C$  du parallépipède sont respectivement égales aux trois droites qui joignent les milieux des arêtes opposées de la pyramide inscrite, et que les trois angles que forment entr'elles ces trois droites, sont respectivement égaux aux trois angles  $a, b, c$ , formés par les arêtes du parallépipède. Cela donne lieu à la proposition suivante :

### THÉORÈME II.

*Dans une pyramide triangulaire, si l'on représente par  $A, B, C$  les longueurs des trois droites menées par les milieux des arêtes opposées, et par  $a, b, c$ , les angles que forment entr'elles ces trois droites considérées deux à deux, la solidité de la pyramide est exprimée par*

$$\frac{1}{3} ABC\sqrt{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c}$$

où il faut remarquer que les six quantités  $A, B, C, a, b, c$  sont communes aux deux pyramides conjuguées.

De même, en représentant par  $A' B' C'$ , les trois distances

( 6 )

des faces parallèles d'un parallépipède, et par  $\alpha, \zeta, \gamma$ , les angles que font entr'elles les trois faces différentes prises deux à deux, on démontre facilement que la solidité du parallépipède est exprimée par

$$A' B' C'$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \zeta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha, \cos \zeta, \cos \gamma};$$

or, les trois distances  $A', B', C'$  sont respectivement égales aux trois plus courtes distances des arêtes opposées de la pyramide inscrite, et les angles que forment entr'elles les droites sur lesquelles se mesurent les plus courtes distances, sont respectivement égaux aux angles  $\alpha, \zeta, \gamma$  formés par les faces du parallépipède; en observant que ces trois droites qui ne se rencontrent pas, ne font point entr'elles d'angles proprement dits, mais qu'il s'agit ici des angles que formeroient trois nouvelles droites menées par un même point, et respectivement parallèles aux trois premières; on a donc encore la proposition suivante :

### THÉORÈME III.

*Dans une pyramide triangulaire, si l'on représente par  $A', B', C'$ , les longueurs des trois plus courtes distances des arêtes opposées, et par  $\alpha, \zeta, \gamma$  les angles que formeroient entre elles trois droites menées par un même point respectivement parallèles à ces trois plus courtes distances, la solidité de la pyramide est exprimée par*

$$A' B' C'$$

$$3\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \zeta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha, \cos \zeta, \cos \gamma},$$

où il faut remarquer que les six quantités  $A', B', C', \alpha, \zeta, \gamma$  sont communes aux deux pyramides conjuguées.

## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

*Sur la transformation des coordonnées (1); par M. HACHETTE.*

M. François, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, capitaine au Corps du Génie, a donné, dans le 14<sup>e</sup>. cahier du

---

(1) J'invite MM. les Elèves à substituer cet article au paragraphe V de notre application de l'Algèbre à la Géométrie, page 20.

Journal de l'Ecole (page 182), un mémoire remarquable, et par la notation et par l'élégance des formules; je me suis proposé d'arriver à ces mêmes formules par des considérations géométriques, et d'éviter les opérations de calcul.

La notation de M. François consiste à représenter un angle de deux axes, par exemple, de l'axe des  $x$  et de l'axe des  $y$ , par une parenthèse qui renferme ces deux lettres; ainsi  $(x, y)$  signifie, angle de l'axe des  $x$  et de l'axe des  $y$ ;  $(xy, yz)$  signifie, angle de deux plans, l'un  $xy$ , mené par les axes des  $x$  et  $y$ , l'autre  $yz$  mené par les axes des  $y$  et  $z$ ; enfin  $(x, yz)$  est l'angle d'un axe tel que celui des  $x$  avec le plan  $yz$ .

Cette notation étant adoptée, voici les formules de M. François, pour la transformation des coordonnées rectangulaires, en d'autres coordonnées obliques.

$x, y, z$  sont les coordonnées rectangulaires, et  $x', y', z'$ , les nouvelles coordonnées obliques

$$(E) \begin{cases} x = x' \cos(x', x) + y' \cos(y', x) + z' \cos(z', x) \\ y = x' \cos(x', y) + y' \cos(y', y) + z' \cos(z', y) \\ z = x' \cos(x', z) + y' \cos(y', z) + z' \cos(z', z) \end{cases}$$

Ces expressions de  $x, y, z$  ont l'avantage de faire voir que l'une quelconque,  $x$  par exemple, est composée de trois parties, et que chacune de ces parties est la *projection* d'une des trois nouvelles coordonnées sur l'axe des  $x$ . Pour expliquer ce qu'on entend par *projection* d'une droite sur une autre droite, que l'on conçoive une droite menée de l'origine des coordonnées au point dans l'espace que je désigne par  $(\omega)$ ; on arrive à ce point, ou par les trois coordonnées rectangulaires  $x, y, z$ , ou par les trois coordonnées obliques  $x', y', z'$ , en sorte que la droite qui va de l'origine des coordonnées au point  $(\omega)$  est le quatrième côté d'un premier quadrilatère gauche, dont les trois autres sont  $x, y, z$ , ou d'un deuxième quadrilatère gauche dont les autres côtés sont  $x', y', z'$ ; mais l'extrémité de  $x$  est effectivement l'intersection de l'axe des  $x$  avec un plan mené par le point  $(\omega)$  parallèlement à celui des  $yz$ ; c'est ce point d'intersection que je nomme projection de  $(\omega)$  sur l'axe des  $x$ , et la projection d'une droite, sur une autre droite, est la partie de cette seconde droite comprise entre les projections des extrémités de la première; projetant de la même manière, c'est-à-dire parallèlement au plan des  $yz$ , les extrémités des  $x', y', z'$ , la somme des trois projections de ces coordonnées sera égale à la projection de la droite, qui va de l'origine des coordonnées à l'extrémité de  $z'$ . Mais la projection de cette droite sur l'axe

des  $x$ , a pour longueur  $x$ ; les projections de  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  ont évidemment pour expressions

$$x' \cos (x', x), y' \cos (y', x), z' \cos (z', x):$$

donc on peut écrire directement les équations (E).

Une observation de M. Binet (répétiteur à l'Ecole Polytechnique), sur la composition des forces, ne m'avoit laissé aucun doute sur la possibilité d'appliquer la même propriété des projections à la transformation des coordonnées obliques en d'autres coordonnées obliques; en effet soient  $x', y', z'$  les coordonnées d'un point ( $\omega$ ),  $x'$  étant compté sur l'axe des  $x'$ ,  $y'$  étant parallèle à l'axe des  $y'$ , et  $z'$  parallèle à l'axe des  $z'$ , la droite qui va de l'origine des coordonnées au point ( $\omega$ ) est le quatrième côté d'un quadrilatère dont les trois autres côtés sont  $x', y', z'$ ; si au lieu de  $x', y', z'$ , on conçoit trois nouvelles coordonnées  $x'', y'', z''$ , allant de l'origine des coordonnées au même point ( $\omega$ ), il est évident que la projection du quatrième côté du quadrilatère sur l'un des axes, est égale à la somme des projections des trois autres côtés  $x', y', z'$  ou  $x'', y'', z''$ ; la projection se faisant par des plans parallèles aux deux autres axes; ainsi la projection de la droite qui joint l'origine des coordonnées et le point ( $\omega$ ), sur l'axe des  $x'$ , a pour longueur  $x'$ ; elle est égale à la somme des projections des trois droites  $x', y', z'$  ou  $x'', y'', z''$  sur le même axe des  $x'$ , ces projections étant faites comme celle du point ( $\omega$ ), par des plans parallèles au même plan ( $y' z'$ ).

On m'a fait remarquer que la proposition dont je faisois usage pour un quadrilatère, s'appliquoit à un polygone quelconque fermé; en sorte qu'ayant un système quelconque de points, joints deux à deux par des droites, et une droite fixe sur laquelle on projette ces points par des plans parallèles à un seul et même plan, la projection du polygone formé par les droites qui unissent ces points donnés, est égale à la somme des projections des côtés du polygone, en ayant égard aux signes de ces projections; signes qui peuvent être positifs ou négatifs. Ce théorème sur les projections est aussi général que celui dont M. Poisson a fait usage pour démontrer plusieurs théorèmes de dynamique. (Voyez le I<sup>er</sup>. vol. de la Correspondance, page 387.)

Avant d'aller plus loin, j'observerai sur les équations (E), qu'on a entre les coefficients de  $x', y', z'$  dans ces trois équations, les relations suivantes :

$$(E') \begin{cases} \cos (x', x)^2 + \cos (x', y)^2 + \cos (x', z)^2 = 1. \\ \cos (y', x)^2 + \cos (y', y)^2 + \cos (y', z)^2 = 1. \\ \cos (z, x)^2 + \cos (z', y)^2 + \cos (z', z)^2 = 1. \end{cases}$$

et si l'on passe d'un système de coordonnées rectangulaires à un autre système de même espèce, alors les axes des  $x'$ , des  $y'$ , des  $z'$  sont rectangulaires, et on aura les trois autres relations :

$$\cos(x', x)^2 + \cos(y', x)^2 + \cos(z', x)^2 = 1.$$

$$\cos(x', y)^2 + \cos(y', y)^2 + \cos(z', y)^2 = 1.$$

$$\cos(x', z)^2 + \cos(y', z)^2 + \cos(z', z)^2 = 1.$$

Reprenons les équations de M. François, pour la transformation des coordonnées obliques en d'autres coordonnées obliques ;

$$(F) \begin{cases} x' \sin(x', y' z') = x'' \sin(x'', y' z') + y'' \sin(y'', y' z') \\ \quad + z'' \sin(z'', y' z') \\ y' \sin(y', x' z') = x'' \sin(x'', x' z') + y'' \sin(y'', x' z') \\ \quad + z'' \sin(z'', x' z') \\ z' \sin(z', x' y') = x'' \sin(x'', x' y') + y'' \sin(y'', x' y') \\ \quad + z'' \sin(z'', x' y') \end{cases}$$

$x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  sont les coordonnées primitives, et  $x''$ ,  $y''$ ,  $z''$  les coordonnées nouvelles.

La première des équations (F) fait voir que la valeur de  $x'$  est composée de trois parties ; savoir :

$$x'' \frac{\sin(x'', y' z')}{\sin(x', y' z')}, y'' \frac{\sin(y'', y' z')}{\sin(x', y' z')}, z'' \frac{\sin(z'', y' z')}{\sin(x', y' z')}$$

or, ces trois quantités sont les valeurs des projections de  $x''$ ,  $y''$ ,  $z''$ , sur l'axe des  $x'$ , par des plans parallèles au plan des ( $y' z'$ ).

En effet, soient  $AB$  et  $AC$  (fig. 1, pl. 1.) les axes des  $y'$  et des  $z'$  ; le plan de ces deux droites sera celui des ( $y' z'$ ). Quelles que soient les projections orthogonales des deux axes  $x'$  et  $x''$  sur le plan des ( $y' z'$ ), si les angles qu'ils font avec ce plan est constant, la longueur de la projection d'un  $x'$  quelconque sur l'axe ( $x''$ ), ou d'un  $x''$  quelconque sur l'axe ( $x'$ ), ne dépendra que de ces angles (on suppose que la projection de  $x'$  ou  $x''$  soit faite par un plan parallèle à celui des ( $y' z'$ )) ; en effet, l'axe des ( $x''$ ) étant fixe, qu'on fasse tourner l'axe des ( $x'$ ) de telle manière que son angle avec le plan des ( $y' z'$ ) ne change pas, elle engendrera une surface conique droite, dont la base circulaire sera parallèle au plan des ( $y' z'$ ) ; si par l'extrémité d'un  $x''$  quelconque, on mène un plan parallèle à ce dernier plan, il coupera la surface conique droite suivant un cercle, et chacune des arêtes du cône comprise entre ce cercle et l'origine des coordonnées qui est le sommet du cône, sera une projection de  $x'$  sur l'axe des ( $x'$ ) : or, toutes ces arêtes sont égales ; donc

toutes les projections de  $x''$  sur l'axe des  $(x')$  seront de même longueur ; on prouve de la même manière que toutes les projections des  $x'$  sur l'axe des  $x''$  sont de même longueur ; on peut donc supposer les axes des  $(x')$  et des  $(x'')$  dans un même plan  $AD$ , perpendiculaire à celui des  $(y'z')$ ,  $EAD$  et  $FAD$  sont les angles du plan  $(y'z')$  avec les axes des  $(x')$  et des  $(x'')$  ; ce point  $E$  étant l'extrémité d'un  $x''$  quelconque, il est évident, qu'en menant  $EF$  parallèle à  $AD$ ,  $AF$  sera la projection de  $AF = x''$ , sur l'axe  $AF$  des  $(x')$  ; or, dans le triangle  $EFA$ , on a :

$$\sin EFA : AE :: \sin AEF : AF,$$

ou

$$\sin (x', y'z') : x'' :: \sin (x'', y'z') : AF,$$

donc

$$AF = x'' \frac{\sin (x'', y'z')}{\sin (x', y'z')} ;$$

par la même raison

$$y'' \frac{\sin (y'', y'z')}{\sin (x'', y'z')} \text{ et } z'' \frac{\sin (z'', y'z')}{\sin (x', y'z')}$$

sont les projections de  $y''$  et  $z''$  faites sur le même axe des  $(x')$  par des plans parallèles à  $(y'z')$  ; donc en égalant la somme de ces trois projections à  $x'$ , on aura la première des équations (E) ; on obtiendrait de même les deux autres par les valeurs de  $y'$  et de  $z'$ .

Il est à remarquer que le nombre des constantes qui entrent dans les équations (F), ne peut pas être réduit ; car il faut au moins trois quantités pour déterminer la pyramide triangulaire, formée par les axes des  $(x')$ , des  $(y')$  et des  $(z')$  ; il en faut au moins deux pour déterminer la position de chacun des axes des  $(x'')$ ,  $(y'')$ ,  $(z'')$ , par rapport à l'un quelconque des axes primitifs ; les constantes nécessaires sont donc au nombre de neuf, comme on les voit dans les équations (F). Mais si l'on supposoit les axes des  $(x'')$ ,  $(y'')$ ,  $(z'')$  perpendiculaires entr'eux, en nommant  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  les angles d'une droite perpendiculaire au plan des  $(y'z')$  avec ces axes, on auroit :

$$\cos \alpha^2 + \cos \beta^2 + \cos \gamma^2 = 1 ;$$

donc,

$$\sin (x'', y'z')^2 + \sin (y'', y'z')^2 + \sin (z'', y'z')^2 = 1 ;$$

et par la même raison ,

$$\sin (x'', x'z')^2 + \sin (y'', x'z')^2 + \sin (z'', x'z')^2 = 1.$$

$$\sin (x'', x'y')^2 + \sin (y'', x'y')^2 + \sin (z'', x'y')^2 = 1,$$

En combinant ces trois équations de conditions avec les équations ( $F$ ), on pourra transformer les coordonnées obliques  $x', y', z'$ , en coordonnées rectangulaires  $x'', y'', z''$ ; ces valeurs de  $x', y', z'$ , doivent coïncider, dans ce cas, avec celles qu'on déduiroit des équations ( $E$ ), en prenant ces valeurs de  $x', y', z'$  en fonctions de  $x, y, z$ .

Enfin, s'il s'agissoit de transformer des coordonnées rectangulaire, en d'autres coordonnées rectangulaires, les neuf constantes des équations ( $F$ ) réduites à six par les trois dernières équations de conditions, se réduiroient à trois; car on auroit de plus:

$$\sin (x'', y' z')^2 + \sin (x'', x' z')^2 + \sin (x'', x' y')^2 = 1$$

$$\sin (y'', y' z')^2 + \sin (y'', x' z')^2 + \sin (y'', x' y')^2 = 1$$

$$\sin (z'', y' z')^2 + \sin (z'', x' z')^2 + \sin (z'', x' y')^2 = 1$$

d'où l'on voit que, par les équations ( $F$ ), on peut opérer les trois transformations de rectangulaires en rectangulaires, de rectangulaires en obliques, ou d'obliques en rectangulaires, et enfin d'obliques en obliques.

Les équations ( $E$ ) et ( $E'$ ) donnent le moyen de transformer un système de coordonnées rectangulaires en un autre système de même espèce; mais elles supposent que les angles des axes primitifs, avec les nouveaux, soient connus: or ces angles ne sont pas toujours donnés directement; et la mécanique en offre des exemples. Il faut alors calculer les valeurs des lignes trigonométriques de ces angles, en fonction des quantités connues. *Exemple:*  $x, y, z$  étant les coordonnées rectangulaires primitives, et  $x', y', z'$ , les coordonnées nouvelles du même point, on donne: 1°. l'angle  $\theta$  du plan ( $x' y'$ ) avec le plan ( $x y$ ); 2°. l'angle  $\psi$ , de l'intersection de ces deux plans et de l'axe des ( $x$ ); 3°. l'angle  $\phi$  de cette même intersection et de l'axe des ( $x'$ ).

Il s'agit maintenant de trouver les coefficients qui entrent dans les équations ( $E$ ) en fonction de  $\theta, \psi$  et  $\phi$ .

Cherchons d'abord les cosinus

$$\cos. (x', x), \cos. (x', y), \cos. (x', z).$$

Remarquons qu'en nommant ( $I$ ) la droite intersection des deux plans ( $x y$ ) et ( $x' y'$ ), l'axe des ( $x'$ ) et la droite ( $I$ ) forment un triangle sphérique dont on connoît deux faces et l'angle compris; l'angle de l'axe ( $x$ ) et de  $I$  est  $\psi$ ; l'angle de  $I$  et de l'axe des ( $x'$ ) est  $\phi$ ; l'angle des deux côtés  $\psi$  et  $\phi$ , est  $\theta$ ; donc par la formule (page 275 du premier volume de cette Correspondance), qui donne un côté, an

moyen de deux autres côtés, et de l'angle qu'ils font entre eux, on aura :

$$\cos (x, x') = \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \cos \theta.$$

L'axe des ( $y$ ), l'axe des ( $x'$ ) et la droite ( $I$ ) forment un second triangle sphérique, qui ne diffère du premier que par le côté ( $\psi$ ), qui devient  $\psi + 90^\circ$ , ce qui change  $\sin \psi$  en  $\cos \psi$  et  $\cos \psi$  en  $-\sin \psi$ ; donc on aura

$$\cos (y, x') = -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \cos \theta.$$

L'axe des ( $z$ ), l'axe des ( $x'$ ), et la droite ( $I$ ) forment un triangle sphérique qui diffère du premier, et par le côté qui devient  $90^\circ$ , parce que l'axe ( $z$ ) est perpendiculaire à la droite ( $I$ ), et par l'angle  $\theta$  qui devient  $(90^\circ - \theta)$ , parce que le plan ( $I x'$ ) fait avec le plan ( $I z$ ) un angle complément de  $\theta$ , donc  $\sin \psi = 1$ ,  $\cos \psi = 0$ ,  $\cos \theta$ , devient  $-\sin \theta$ , et on a :

$$\cos (z, x') = -\sin \varphi \sin \theta.$$

Par des considérations semblables, on trouve les valeurs de

$$\cos (x, y'), \cos (y, y'), \cos (z, y').$$

La droite ( $I$ ) forme avec les deux axes ( $x$ ) et ( $y'$ ), et avec les deux axes ( $y$ ) et ( $y'$ ) deux triangles sphériques dont on connoît deux faces et l'angle compris ( $\theta$ ).

La droite ( $I$ ) et les deux axes des ( $z$ ) et ( $y'$ ) forment un triangle sphérique dont un côté est  $90^\circ + \varphi$ , l'autre côté est  $90^\circ$ , et l'angle compris entre ces deux côtés est  $90^\circ - \theta$ ; ce qui donne :

$$\cos (x, y') = \cos \theta \sin \psi \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi.$$

$$\cos (y, y') = \cos \theta \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi.$$

$$\cos (z, y') = -\sin \theta \cos \varphi.$$

Enfin les deux triangles sphériques, formés par la droite ( $I$ ), et les deux axes des ( $x$ ) et ( $z'$ ), et par la même droite ( $I$ ), avec les deux axes des ( $y$ ) et ( $z'$ ), donnent :

$$\cos (x, z') = \sin \theta \sin \psi.$$

$$\cos (y, z') = \sin \theta \cos \psi.$$

Et d'ailleurs, il est évident que les plans ( $xy$ ) et ( $x'y'$ ) font entr'eux le même angle que les axes ( $z$ ) et ( $z'$ ); donc,  $\cos (z, z') = \cos \theta$ .

C'est d'après cette méthode que M. Poisson a donné, dans ses

leçons au collège de France, les formules de la mécanique céleste, tome 1<sup>er</sup>. page 58.

Je terminerai cet article en proposant à MM. les Elèves un problème sur la pyramide triangulaire. On n'a considéré jusqu'à présent, dans une pyramide triangulaire, que six angles : les angles des arêtes, et les angles des plans contenant ces arêtes. La trigonométrie sphérique a pour objet de déterminer trois de ces angles, au moyen des trois autres; mais les arêtes font, avec les plans opposés aux arêtes, trois autres angles; en sorte qu'il y a réellement neuf angles à considérer dans une pyramide triangulaire.

En nommant *arêtes* d'un triangle sphérique, les droites qui vont du centre de la sphère à l'extrémité de ses côtés, on trouvera facilement la démonstration de cette proposition, (que je n'ai pas encore vue énoncée) : « Les sinus des angles » que les arêtes et les plans des côtés d'un triangle sphérique font entr'eux, sont en raison inverse des sinus des côtés » opposés à ces arêtes. »

#### PROBLÈME DE GÉOMÉTRIE.

Connoissant, dans une pyramide triangulaire, les angles des arêtes avec les plans des faces de la pyramide opposées aux arêtes, construire la pyramide.

#### *Application de la théorie des Ombres, au dessin des Machines ; par M. HACHETTE.*

Les filets d'une vis triangulaire sont terminés par deux surfaces qui ont pour génératrices la ligne droite; on les suppose éclairés par des rayons de lumières parallèles entr'eux, et on propose de construire la ligne de séparation d'ombre et de lumière sur chacune des surfaces des filets.

La solution de ce problème dépend d'une proposition que j'ai publiée en supplément aux Leçons de Géométrie descriptive que M. Monge a données aux écoles normales en 1795, et que j'ai fait imprimer en 1799, pour l'usage de l'Ecole Polytechnique. Voici l'énoncé de cette proposition :

Une surface courbe quelconque, engendrée par une ligne droite mobile, quelles que soient d'ailleurs les directrices de cette droite, peut être touchée suivant la génératrice considérée dans une position quelconque, par une autre surface qui a aussi

pour génératrice une ligne droite, et pour directrices trois autres lignes droites; cette dernière surface, que nous nommons *surface gauche du second degré*, est l'hyperboloïde à une nappe, que nous avons fait connoître dans notre application de l'Algèbre à la Géométrie ( page 32 ). Dans ce même ouvrage ( page 50 ), j'ai donné une démonstration analytique de la proposition qu'on vient d'énoncer, et qui est importante par les nombreuses applications qu'on en fait dans les arts graphiques.

Il résulte de cette proposition que, lorsque deux surfaces *réglées*, c'est-à-dire sur lesquelles on peut appliquer l'arête d'une règle dans le sens de la génératrice, ont trois plans tangens communs suivant la même génératrice, elles sont tangentes l'une à l'autre, de telle manière que le plan tangent à l'une, suivant la génératrice qui leur est commune, est aussi tangent à l'autre. J'ai fait voir dans mon *Cours de Coupe des Pierres*, comment on pouvoit, d'après cette conséquence, *raccorder* les deux surfaces *réglées* de L'ARRIÈRE VOUSURE de MARSEILLE.

M. Gaultier, professeur de géométrie descriptive au Conservatoire des Arts et Métiers, m'ayant fait observer qu'on pouvoit éclairer les surfaces des filets d'une vis triangulaire, de telle manière que les filets fussent en partie dans l'ombre et en partie dans la lumière, j'ai fait construire par M. Girard la séparation d'ombre et de lumière; la planche ci-jointe est exécutée d'après son dessin.

La droite mobile qui engendre la surface du filet d'une vis triangulaire, passe constamment par l'axe d'un cylindre droit à base circulaire; elle fait avec cet axe un angle constant, et s'appuie sur une hélice tracée sur le cylindre droit; tous les points de la droite mobile décrivent des hélices tracées sur des cylindres droits qui ont un axe commun et dont les rayons vont en décroissant jusqu'à cet axe, qui est lui-même une des hélices; or, les tangentes à ces hélices menées de tous les points d'une même génératrice, appartiennent évidemment à une surface réglée, qui touche la surface du filet suivant la droite qui leur est commune; deux quelconques de ces tangentes, et l'axe, sont les directrices de la droite qui engendre la surface tangente au filet; de plus, toutes les tangentes aux hélices sont parallèles à un même plan; donc la surface tangente au filet est un *paraboloïde hyperbolique*. ( Voyez page 45 de notre application d'Algèbre à la Géométrie ).

Si on conçoit pour chaque position de la génératrice de la surface du filet, le paraboloïde tangent à cette surface, le plan mené par la génératrice parallèlement au rayon de lumière,

touchera le paraboloïde et la surface du filet au même point; donc, le point du contact sur le paraboloïde sera un des points de la ligne de séparation d'ombre et de lumière; mais on a vu que le paraboloïde est engendré par une droite mobile qui s'appuie sur l'axe de la vis et sur les tangentes à deux hélices; considérant cette droite mobile dans deux positions différentes, elle sera coupée par le plan parallèle au rayon de lumière en deux points; la droite qui joint ces deux points rencontrera la génératrice commune à la surface du filet et au paraboloïde, en un point qui appartiendra à la séparation d'ombre et de lumière; on en trouveroit de même tous les autres points, mais le moyen le plus simple en théorie n'est pas d'une exécution facile, et dans la pratique on préférera la construction que nous allons indiquer.

Tous les paraboloïdes tangens à la surface du filet sont égaux entr'eux; si on les coupe par des plans perpendiculaires à l'axe de la vis, et équidistans des points où les génératrices du filet rencontrent à cet axe, toutes ces sections sont égales; chacune de ces sections est une parabole; projetant sur le plan de la parabole la portion de la génératrice du filet, comprise entre l'axe et ce plan de la parabole, la perpendiculaire élevée sur le milieu de cette projection sera la direction du grand axe de la parabole. (Fig. 1, planch. 2.)  $AB$  et  $CD$  étant les projections de la génératrice,  $XY$  le plan de la parabole, le sommet  $P$  de la parabole est sur une droite  $MP$ , perpendiculaire sur le milieu  $M$  de  $AB$ ; on construit ce point en menant par le point  $(M, m)$  la tangente à l'hélice tracée sur le cylindre, qui a pour base le cercle du rayon  $BM$ ; l'hélice décrite par le point  $A$  de la génératrice du filet, donne le rapport de l'arc de rotation de ce point sur le cercle du rayon  $AB$ , à la hauteur dont il s'élève pendant qu'il décrit cet arc. Si on nomme  $a$  ce rapport; et  $b$  la distance  $DE$  du point où la génératrice du filet coupe l'axe de la vis au plan  $XY$ ,  $\frac{ab}{4}$  sera l'expression de la sous-tangente  $MP$ .

Le paraboloïde tangent au filet de la vis, suivant la droite ( $AB, CD$ ), étant coupé par le plan  $XY$ , suivant une parabole  $APB$ , un autre plan  $X'Y'$  parallèle à  $XY$ , et placé à même distance du point  $D$ , coupe le paraboloïde, suivant la même parabole  $APB$ ; faisant mouvoir cette parabole en même temps que la génératrice du filet de la vis, on construira facilement la courbe de séparation d'ombre et de lumière.

Supposons le rayon de lumière ( $L, L'$ ) fig. 2, parallèle au plan vertical de projection, et soient  $AB$  et  $DC$  la génératrice

de la surface du filet; il est évident que le point  $(A, D)$  appartient à la courbe cherchée; car le plan vertical  $AB$  est parallèle au rayon de lumière, et il touche la surface du filet au point  $(A, D)$ ; menant par ce point une parallèle au rayon de lumière qui coupe le plan  $XY$  au point  $(Y', Y)$ , et par le point  $Y'$ , une droite quelconque  $Y'R$ , ( $AR$ ,  $R'r$ ) seront deux projections de la génératrice, et  $APR$  la parabole correspondante à cette position de la génératrice; or, la droite  $Y'R$  coupe cette parabole au point  $Q$ ; donc le plan parallèle au rayon de lumière coupe le paraboloidé tangent, suivant la droite  $QM$ , perpendiculaire à  $AR$ , donc le point ( $M$  en projection horizontale, et  $m$  en projection verticale) appartient à la courbe cherchée. La génératrice continuant à tourner dans le sens  $BR T$ , arrive dans une position  $AT$ , telle que la parabole  $ATP$ , qui lui correspond, soit touchée par la droite  $Y'T$ ; alors le point  $T$  est évidemment un point de la courbe; on construit ce point, en observant que la droite  $Y'T$  est le troisième côté d'un triangle dont on a le côté  $AY'$ , le côté  $AT$ , et l'angle  $ATY'$  que fait la tangente de la parabole au point donné  $T$  avec son ordonnée  $AT$ .  $T'$  est la projection verticale du point de la ligne de séparation d'ombre et de lumière, dont  $T$  est la projection horizontale. La génératrice partant de la position  $AT$ , arrive dans la position  $AS$ , telle que  $SY'$  est perpendiculaire à  $AS$ , et par conséquent parallèle à l'axe de la parabole correspondante à cette nouvelle position de la génératrice; la droite  $SY'$  ne pourra donc couper la parallèle qu'en un point infiniment éloigné; ainsi la grandeur des rayons vecteurs  $AM$ ,  $AT$ , etc., croissante de  $B$  en  $T$ , devient infinie suivant le rayon  $AS$ . La branche de courbe dont  $TMA$  est la projection horizontale, est  $T'mD$  en projection verticale. Pour continuer cette branche, il faut supposer que la génératrice qui a déjà parcouru l'arc  $TB$ , continue à se mouvoir dans le même sens  $TBs$ ;  $As$  étant perpendiculaire à  $Y's$ , le rayon vecteur du point de la courbe sur cette droite  $As s'$  sera infini, et on trouve sur le prolongement de la surface de la vis, la portion de courbe  $Ao$ , pour le prolongement de la portion  $TMA$ , et la branche entière a pour projection verticale  $T'mDo'$ ; la courbe de séparation d'ombre et de lumière a une seconde branche dont on trouve les points, en faisant toujours mouvoir la génératrice dans le même sens  $TBs$  et  $fB'$ ; lorsque la génératrice a pour projection  $At$ , la droite  $tY'$  est tangente à la parabole qui correspond à cette position, et le point  $t$  est un point de la courbe.

De la position  $At$ , on arrive à la position  $AB'$ , et le point  $A$  est commun et à la première branche et à la seconde;

mais il a deux projections verticales  $D$  et  $a$ . Enfin, allant de  $B'$  en  $S$ , en parcourant l'arc  $B'oS$ , on trouve sur le prolongement de la surface de la vis la portion de courbe  $Af$ , dont le rayon recteur suivant le prolongement de la droite  $ASs'$  est infini; la seconde branche de la ligne cherchée a donc pour projection horizontale la courbe à nœud  $tAf$ , et pour projection verticale  $t'a f'$ .

Pour ne pas être obligé de répéter la construction de la parabole contenue dans le plan  $XY$  ou  $x'y'$ , on peut, comme l'a fait M. Girard, découper le papier suivant le contour de cette parabole, et transporter ce patron sur toutes les positions de la génératrice.

### Conclusion.

La ligne de séparation d'ombre et de lumière sur un des filets de la surface de la vis, est formée de deux branches infinies; deux portions de cette ligne  $AT$ ,  $At$  existent sur la partie réelle de la surface, et les deux autres portions  $Af$ ,  $Ao$  appartiennent au prolongement de cette surface.

Dans le dessin de la vis triangulaire, il faut avoir égard aux deux surfaces supérieure et inférieure du filet, et les deux branches qu'on vient de construire serviront pour l'une ou pour l'autre surface; la surface supérieure portera ombre sur le plan horizontal, et la surface inférieure portera ombre sur les filets même de la vis.

## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

### *Des trois axes rectangulaires des surfaces du second degré, qui ont un centre.*

Lorsque j'ai publié, en 1801, le *Mémoire sur les surfaces du second degré*, je m'étois proposé de prouver qu'en rapportant la surface du second degré à trois plans rectangulaires, l'équation générale de cette surface pouvoit toujours être ramenée à la forme

$$Lx^2 + My^2 + Nz^2 - 1 = 0.$$

La note placée à la suite de ce *Mémoire* renferme une démonstration rigoureuse de cette proposition; elle prouve qu'on peut toujours faire disparaître de l'équation générale des surfaces du second degré les trois rectangles  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$ ; M. Binet (J.-P.-M.) a observé que lorsque les surfaces du second degré avoient un centre, le calcul de la note qu'on vient de citer pouvoit être simplifié par la considération suivante : « Ayant

un système de droites parallèles entr'elles, qui servent de cordes à la surface du second degré, il existe un plan perpendiculaire à ces cordes, qui les divise toutes en parties égales, et ce plan est évidemment un des plans rectangulaires de la surface. »

Prenons pour l'équation générale des surfaces du second degré :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + eyz + fzx \\ + gx + dy + kz + 1 \end{array} \right\} = 0.$$

et soient

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} x = az + \zeta \\ y = a'z + \zeta' \end{array} \right.$$

les équations d'une droite qui coupe la surface du second degré en deux points ; on obtiendra les coordonnées de ce point, en combinant ces équations avec l'équation générale (1), et faisant pour abréger

$$aa^2 + ba'^2 + daa' + ea' + fa + c = A.$$

$$2aa\zeta + 2ba'\zeta' + d(a\zeta' + a'\zeta) + e\zeta' + f\zeta + g\zeta + h\zeta' + k = B.$$

$$a\zeta^2 + b\zeta'^2 + d\zeta\zeta' + g\zeta + h\zeta' + 1 = C.$$

L'ordonnée  $Z$  du point d'intersection sera donnée par l'équation  $Az^2 + Bz + C = 0$  ; les deux valeurs de  $z$ , tirées de cette équation, sont :

$$-\frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} - C} \text{ pour la première,}$$

$$\text{et } -\frac{B}{2A} - \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} - C} \text{ pour la deuxième ;}$$

Donc l'ordonnée  $Z'$  du milieu de la droite qui joint les deux points d'intersection, est  $-\frac{B}{2A}$ .

nommant  $X'$ ,  $Y'$ , les deux autres coordonnées du même point, on aura, par les équations (2)

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} X' = az' + \zeta \\ Y' = a'z' + \zeta' \\ Z' = -\frac{B}{2A} \end{array} \right.$$

regardant  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  comme des coordonnées variables, dont la valeur dépend des quantités  $\zeta$  et  $\zeta'$ , si, entre ces trois équations

tion, on élimine ces dernières quantités  $\zeta$  et  $\zeta'$ , l'équation résultante en  $X', Y', Z'$ , qu'on peut désigner par les trois lettres  $x, y, z$ , appartiendra à la surface qui passe par les centres de toutes les cordes parallèles à la droite des équations (2).

Les équations (3) donnent :

$$\begin{aligned}\zeta &= x - az. \\ \zeta' &= y - a'z.\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} -2Az &= \zeta(2aa + da' + f) + \zeta'(2ba' + da + e). \\ &+ ga + ha' + k. \end{aligned} \right\}$$

substituant pour  $\zeta, \zeta'$  et  $A$  leurs valeurs, on a,

$$\left\{ \begin{aligned} &(x - az)(2aa + da' + f) + (y - a'z)(2ba' + da + e) \\ &+ z(2aa^2 + 2ba'^2 + 2daa' + 2eaa' + 2fa + 2c) \\ &+ ga + ha' + k = 0. \end{aligned} \right\}$$

réduisant

$$(4) \left\{ \begin{aligned} &x(2aa + da' + f) + y(2ba' + da + e) + z(ea' + fa + 2c) \\ &+ ga + ha' + k \end{aligned} \right\} = 0.$$

Cette équation linéaire est celle d'un plan diamétral qui passe par les milieux de toutes les cordes parallèles à la droite des équations (2).

Pour que ce plan soit perpendiculaire aux cordes, il faut qu'il soit parallèle au plan dont l'équation est :

$$ax + a'y + z = 0.$$

Donc on aura les équations de condition.

$$(5) \quad a = \frac{2aa + da' + f}{ea' + fa + 2c}, \quad a' = \frac{2ba' + da + e}{ea' + fa + 2c}$$

ces équations (5) sont linéaires, l'une par rapport à  $a'$ , et l'autre par rapport à  $a$ ; éliminant l'une ou l'autre,  $a'$  par exemple, on aura :

$$a' = \frac{f + 2a(a - c) - fa^2}{ea - d}.$$

$$ea'^2 + a'(fa + 2c - 2b) - (da + c) = 0.$$

mettant dans cette dernière équation pour  $a'$ , sa valeur, et observant que le terme du 4<sup>e</sup> degré  $ef^2a^4$  se détruit, l'équation réduite en  $a$ , est du 3<sup>e</sup> degré, ce qui prouve que la surface du second degré ne peut avoir que trois axes rectangulaires; on tire

de cette équation, au moins une racine réelle de  $a$ ; à cette valeur réelle de  $a$  correspond une autre valeur réelle de  $a'$ , donnée par la première des équations (5). Substituant ces valeurs réelles de  $a$  et  $a'$  dans l'équation (4), on a l'équation d'un plan diamétral perpendiculaire à toutes les cordes parallèles à la droite des équations (2); la surface du second degré étant rapportée à ce plan diamétral, comme l'un des plans coordonnés, son équation sera évidemment de la forme :

$$a'x^2 + b'y^2 + c'z^2 + d'xy + g'x + h'y + i = 0.$$

Changeant les coordonnées rectangulaires  $x, y$  en d'autres coordonnées rectangulaires  $x', y'$ , par les formules connues  $x = x' \sin \phi - y' \cos \phi$ ,  $y = x' \cos \phi + y' \sin \phi$ , on trouve  $\tan(2\phi) = \frac{d'}{a' - b'}$ , valeur réelle d'après laquelle les axes des ( $x'$ ) et des ( $y'$ ) deviennent les axes rectangulaires de la surface du deuxième degré, conjugués à l'axe déterminée par la racine réelle de  $a$ , qui est donnée nécessairement par l'équation du troisième degré en  $a$ .

Enfin, on sait qu'en changeant l'origine des coordonnées, on peut faire disparaître les termes de première dimension par rapport aux variables; donc l'équation générale des surfaces du second degré qui ont un centre, sera réduite à la forme

$$Lx^2 + My^2 + Nz^2 - 1 = 0,$$

$x, y, z$  étant des coordonnées rectangulaires.

H. C.

#### QUESTION DE GÉOMÉTRIE;

*Par M. BADUEL, ancien Elève de l'Ecole Polytechnique; Ingénieur des Ponts et Chaussées.*

Étant donné un triangle quelconque,  $abc$  (fig. 2, pl. 1), déterminer quelle doit être l'inclinaison de son plan et la position de ses côtés, pour que sa projection, sur un plan horizontal, soit un triangle équilatéral?

Quel que soit le triangle donné, s'il n'est pas équilatéral, il aura au moins un angle au-dessous de 60 degrés: soit  $a$  (fig. 2.) ( $a$ ) cet angle. Je prends pour intersection du plan du triangle avec le plan de projection, la ligne  $yz$  (fig. 2.), et sur la partie  $mz$  de cette ligne, je décris un arc capable de l'angle  $a$ . Le sommet

de l'angle  $\alpha$  rabattu, tombant sur la circonférence  $ma'a'n$ , ce même sommet projeté devra se trouver sur la circonférence  $ma''n$ , dont l'arc  $mpn$  est capable de l'angle de 60 degrés.

Si le problème étoit résolu, et que, du sommet du triangle rabattu, on menât une ligne sur le milieu de sa base, cette ligne prolongée couperoit l'arc  $mqn$  au point  $q$ , qu'il est fort aisé de déterminer, puisque ce point est le même pour toutes les positions du triangle : la projection de cette ligne dans le triangle équilatéral, seroit perpendiculaire sur le milieu de la base, partageroit l'angle de 60 degrés en deux parties égales, et passeroit, par conséquent, par le point  $p$ , milieu de l'arc  $mpn$ . La ligne et sa projection devroient se croiser sur la ligne  $yz$ .

Le problème se trouve donc réduit à celui-ci : trouver sur la ligne  $yz$ , un point  $x$ , tel que les lignes menées par les points  $q, p$ , après s'y être croisées, aboutissent aux circonférences d'où elles sont parties, en deux points qui soient sur une même perpendiculaire à  $yz$ .

Ce nouveau problème a évidemment deux solutions. Je le suppose résolu (*fig. 3*) : soient  $x$  et  $x'$ , les deux points cherchés sur la ligne  $yz$ ;  $qa'$  et  $pa''$  seront la ligne cherchée et sa projection, ainsi que  $qa'$  et  $pa$ . Les points  $p, q, a'', a'$ , sont sur une même circonférence, puisque les lignes  $qa', pa''$  se coupent en parties réciproquement proportionnelles : il en est de même des quatre points  $p, q, a', a$ ; les triangles  $pqx, a'xa''$  sont semblables, ainsi que les triangles  $pqx', ax'a''$ . Toute circonférence  $pqi hfg$ , passant par les points  $p$  et  $q$ , coupera la ligne  $qa', pa''$  en deux points  $h, i$ , qui seront sur une même perpendiculaire à  $yz$ , puisque le triangle  $xih$  est semblable à  $xpq$ , et par conséquent à  $xa'a''$ ; par la même raison, les points  $f, g$  seront aussi sur une même perpendiculaire à  $yz$ . La ligne  $kl$ , qui joint les milieux des cordes parallèles  $hi, fg$ , leur sera perpendiculaire, sera parallèle à  $yz$ , et sera un diamètre du cercle.

Ce que je viens de dire de la circonférence  $fgpqhi$ , ayant lieu pour toute autre circonférence passant par les points  $p, q$ , il s'ensuit que celle qui passe par le point  $x$ , ne coupant les lignes  $qa', pa''$  qu'au point commun  $x$ , a un diamètre, et par conséquent son centre sur la ligne  $yz$ , et passe aussi par le point  $x'$ . Les points  $x, x'$  sont donc donnés par l'intersection de la ligne  $yz$ , et de la circonférence qui, passant par les points  $p$  et  $q$ , a son centre sur la ligne  $yz$ . Les cordes  $hi, fg$  sont égales, puisque l'angle  $qp x = qx'x = qgi$ .

Le point  $x$  étant déterminé, on mena (fig. 2) les lignes  $q a'$ ,  $p a''$ ; on construira le triangle  $a b c$ , en mettant le sommet au point  $a'$ , et on projettera les points  $b'$ ,  $c'$  en  $b''$ ,  $c''$ ; on trouvera l'inclinaison du plan par le moyen ordinaire.

Si le triangle donné avoit deux angles au dessous de 60 degrés, quel que fût celui dont on se servit pour résoudre le problème, on obtiendrait le même triangle équilatéral, la même inclinaison du plan et une position analogue des côtés; de sorte que les quatre solutions que paroît présenter ce problème, se réduisent réellement à une seule. Je les ai indiquées dans la fig. 3 (b) où la ligne  $a a$ , est perpendiculaire à  $y z$ .

### QUESTION de Minimis;

Par MM. BILLY et PUISSANT, Professeurs à l'Ecole Militaire de Saint-Cyr.

Deux points mobiles parcourent d'un mouvement uniforme les droites (fig. 4.)  $M M'$ ,  $m m'$ , données d'une manière quelconque dans l'espace;  $M$  et  $m$  sont les points de départ. Ils s'avancent vers  $X$ , et il s'agit de trouver la position des deux points sur les droites données, lorsque la distance de ces points est un *minimum*.

Après avoir mené par un point quelconque  $G$  de la route  $M M'$ , une droite  $G F$  parallèle à  $m m'$ , telle que  $M G$  et  $G F$  soient dans le rapport des vitesses des points  $M$  et  $m$ , la perpendiculaire  $m R$  abaissée du point  $m$  sur  $M F$  prolongée, déterminent le point  $R$ , par lequel, si on mène la parallèle  $R M'$  à  $m m'$ , et la parallèle  $M' m'$  à  $R m$ ,  $M' m'$  est la distance demandée, et  $M'$ ,  $m'$ , sont les positions des points mobiles correspondans à cette distance.

La géométrie et l'analyse conduisent également à cette construction.

### DES ÉPICYCLOÏDES SPHÉRIQUES;

Par M. HACHETTE.

M. Camus a donné, vers 1760, un Mémoire sur les engrenages, qui se trouve dans son Traité de Statique, à l'usage des ingénieurs. La première partie de ce Mémoire traite des engrenages plans et cylindriques qui, en général, présen-

tent peu de difficultés; la seconde partie est relative aux roues d'angle. L'objet de ces roues est de transformer un mouvement continu de rotation autour d'un axe, en un autre mouvement de rotation autour d'un autre axe, qui fait avec le premier un angle donné. On peut résoudre ce problème ou par deux roues d'angles, ou par une de ces roues, et une lanterne à fuseaux coniques; les dents de cette espèce de roues sont terminées par des surfaces coniques qui ont pour bases des épicycloïdes sphériques. Ce que M. Camus dit sur la tangente à ces courbes n'est pas exact; il a indiqué pour le tracé graphique des dents des roues qui mènent des lanternes à fuseaux coniques, une méthode pratique fort imparfaite; enfin, ne connoissant pas la géométrie descriptive, il n'a pas pu indiquer les applications qu'on peut en faire à l'art du mécanicien. Ayant à traiter, dans mon Cours sur les Machines à l'Ecole Polytechnique, des engrenages coniques, je vais présenter ici les notions de géométrie dont nous faisons l'application dans le tracé des roues, dites *roues d'angles*.

Lorsque deux cercles qui se touchent sont dans un même plan, et que l'un des deux roule sur l'autre, un point quelconque du cercle mobile décrit une courbe qu'on nomme *épicycloïde plane*; si le cercle mobile a pour diamètre un rayon du cercle fixe, l'épicycloïde devient une ligne droite, et cette droite est le rayon même du cercle fixe. En effet, soit  $AD$ , (planch. 3, fig. 1.) le rayon du cercle fixe; le cercle mobile qui touche le cercle fixe d'abord au point  $D$ , le touche ensuite en un point quelconque  $B$ ; donc si l'arc  $BC$ , sur le cercle mobile, est égal en longueur à l'arc  $BD$  sur le cercle fixe, le point  $C$  sera un des points de l'épicycloïde décrit par le point  $D$ ; or les deux arcs  $BD$  et  $BC$  ne peuvent être égaux en longueur que lorsque le point  $C$  sera sur le rayon  $AD$ , car la moitié de l'arc  $BC$ , qui est d'un nombre de degrés double de celui de l'arc  $BD$ , mesure, ainsi que ce dernier arc entier, l'angle  $BAD$ ; donc les trois points  $A, C, D$  sont en ligne droite.

Fig. 2.  $VMTX$  étant l'épicycloïde plane décrite par un point du cercle mobile  $BMD$ , il sera facile de trouver la tangente à cette courbe en un point quelconque  $M$ . En effet, la position du cercle mobile qui correspond au point  $M$  étant connue, ce cercle touche le cercle fixe en un point  $B$ ; or le point  $M$  tend à décrire un cercle dont le point de contact  $B$  est le centre; donc, la droite  $BM$  est une normale à l'épicycloïde; d'où il suit qu'après avoir déterminé la position du cercle mobile qui correspond au point quelconque  $M$  d'une

épicycloïde, la tangente  $MD$  en ce point, passe toujours par l'extrémité du diamètre du cercle mobile mené par le point de contact de ce cercle mobile et du cercle fixe.

La méthode de Roberval donne la même construction de la tangente, comme M. Gaultier l'a fait voir dans cette fig. (2); en menant  $DR$  et  $DN$ , perpendiculaires, l'une au rayon  $AM$ , l'autre au rayon  $aM$  du cercle mobile, les vitesses du point  $M$ , dans les directions perpendiculaires à ces rayons, sont dans le rapport de  $AM$  à  $AB$ , ou de  $AM$  à  $AF$ ; mais  $AF$  est parallèle à  $Ma$ , parce que les deux triangles  $FAB$  et  $BaM$  sont isocèles; donc, le triangle  $NDM$  est semblable au triangle  $FAM$ ; donc,  $AM : AF :: ND : MN :: MR : MN$ ; donc,  $MD$  est le parallélogramme des vitesses  $MN$  et  $MR$ , l'une suivant la tangente du cercle au rayon  $AM$ , l'autre suivant la tangente du cercle qui a pour rayon  $Ba$ , et par conséquent la droite  $MD$  est la tangente demandée.

#### *Des Epicycloïdes Sphériques.*

Deux cônes droits, qui ont même sommet et qui se touchent, étant coupés par une sphère dont le centre seroit à leur sommet commun, auroient pour bases sur cette sphère deux cercles dont les plans feroient entr'eux le même angle que celui des axes des cônes; si l'on conçoit que l'un de ces cônes roule sur la surface de l'autre, en la touchant continuellement, un point quelconque de la base circulaire du cône mobile décrira dans l'espace une courbe à laquelle on a donné le nom d'*épicycloïde sphérique*, parce qu'elle est tracée sur une sphère qui a pour rayon la distance constante du point générateur de la courbe au sommet commun des cônes droits.

Si le cône fixe devenoit un plan, et le cône mobile un cylindre droit tangent à ce plan, la courbe seroit une cycloïde ordinaire: lorsque les deux cônes droits deviendront des cylindres droits à axes parallèles, la courbe sera l'*épicycloïde plane*.

Jean Bernouilli a donné dans ses Œuvres (t. III, p. 216, édit. de Lauzanne, 1742) un Mémoire sur les *Epicycloïdes sphériques*, dans lequel il examine les cas particuliers où ces courbes sont rectifiables, et il a trouvé que cette rectification n'étoit possible que lorsque la projection orthogonale du rayon du cercle mobile sur le plan du cercle fixe, étoit égale au rayon de ce dernier cercle, quelle que fût d'ailleurs l'inclinaison des plans de ces cercles.

*De la Description de l'Epicycloïde sphérique.*

Le rapport connu de la circonférence à son rayon , détermine les longueurs absolues des circonférences du cercle fixe et du cercle mobile dont l'un des points décrit l'Epicycloïde ; ayant donc divisé la circonférence mobile en un certain nombre de parties égales , chaque partie de cette division correspondra à une partie égale sur le cercle fixe ; considérant le cercle mobile dans sa première position , on abaissera de chacun de ses points deux perpendiculaires , l'une sur sa tangente qui est commune au cercle fixe , l'autre , sur son diamètre perpendiculaire à cette tangente ; lorsque le point de contact des deux cercles changera , la tangente commune et le diamètre qui lui est perpendiculaire changeront aussi de position , et deviendront des axes mobiles , dont la position à chaque instant sera connue ; les projections des deux perpendiculaires abaissées d'un point du cercle mobile sur ces axes se couperont en un point qui appartiendra à la projection de l'Epicycloïde ; au lieu de considérer chaque point du cercle mobile comme l'intersection de deux coordonnées rectangulaires , si on le regardoit comme l'intersection de l'une de ces coordonnées et d'un rayon , les projections de ces deux dernières droites détermineroient encore un point de l'Epicycloïde ; or , la projection d'un rayon du cercle mobile se construit facilement , en observant que son centre décrit un cercle qui se projette suivant un cercle égal , et que le rayon prolongé coupe la tangente commune aux deux cercles en un point qui est sur le plan même de projection.

*De la Tangente à l'Epicycloïde sphérique.*

## THEORÈME.

Si pour un point quelconque d'une Epicycloïde sphérique , on conçoit le cercle mobile auquel il appartient , la droite qui seroit la tangente à l'Epicycloïde dans le cas où les deux cercles , l'un fixe et l'autre mobile , seroient dans le même plan , est la projection de la tangente à l'Epicycloïde sphérique sur le plan du cercle mobile , quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du plan de ce dernier cercle par rapport au premier.

## COROLLAIRE.

Ayant prouvé (*fig. 2*) que la tangente  $MD$  à l'Epicycloïde plane  $TM$  , en un point quelconque  $M$  placé sur le cercle

mobile  $BMD$ , passoit par l'extrémité  $D$  du diamètre de ce cercle, perpendiculaire à la tangente commune  $cBd$ , il s'ensuit que la même droite  $MD$  est la projection de la tangente à l'Epicycloïde sphérique, au point  $M$ , sur le plan du cercle mobile  $BMD$ .

Pour démontrer le Théorème, il faut observer que si le point  $M$  d'une Epicycloïde plane tend à décrire un arc de cercle dont le point  $B$  est le centre, et la droite  $BM$  le rayon, le même point  $M$  considéré comme appartenant à une Epicycloïde sphérique tend à décrire une sphère dont le point  $B$  est le centre, et la droite  $BM$  le rayon; donc le plan tangent à cette sphère contient la tangente à l'Epicycloïde; or, ce plan se projette sur celui du cercle mobile suivant la droite  $MD$  perpendiculaire à  $BM$ , donc  $MD$  est la projection de la tangente à l'Epicycloïde sphérique.

#### *Construction de la Tangente à l'Epicycloïde sphérique.*

On a vu que le rayon de la sphère sur laquelle l'Epicycloïde est tracée, est égal à la distance d'un point quelconque de cette courbe au point de rencontre des perpendiculaires aux plans des cercles fixe et mobile, élevées par les centres de ces cercles; d'où il suit qu'en menant par le point de l'Epicycloïde un plan perpendiculaire à ce rayon, ce plan contiendra la tangente à l'Epicycloïde; de plus on vient de démontrer que le plan tangent à la sphère qui a pour rayon la distance du point de l'Epicycloïde au point de contact des cercles fixe et mobile, contient la même tangente; donc cette tangente est l'intersection de deux plans connus de position, donc elle est déterminée.

Soit  $ABC$  (fig. 3) le cercle fixe tracé sur le plan horizontal;  $BMD$ , le cercle mobile dans une position quelconque, et recouché sur le plan horizontal;  $V Bd$ , l'angle du plan de ce dernier cercle par rapport au premier,  $M$  le point de l'Epicycloïde sur le cercle mobile, et  $M'$  ce point projeté sur le plan du cercle fixe; il s'agit de construire la tangente  $M'Y$  à la projection de l'Epicycloïde; ayant mené  $dY$  perpendiculaire à  $Bd$ , et prolongé  $MD$  jusqu'au point  $T$ , intersection de cette droite  $MD$ , et de la tangente commune  $BT$ , la droite  $TV$  est la trace horizontale du plan tangent à la sphère qui a pour centre le point  $B$ , et pour rayon la droite  $BM$ .

Mais la tangente demandée se trouve sur un autre plan tangent à la sphère qui a pour centre le point  $\omega'$ , intersection des deux droites  $A\omega'$ ,  $\omega'\omega$  perpendiculaires

sur  $AB$  au point  $A$ , et sur le milieu  $o$  de  $Bd$ ; or, ce plan passe par la tangente  $MU$  du cercle mobile, qui coupe le plan horizontal au point  $U$  de la trace horizontale  $BT$ ; donc, si de ce point  $U$  on abaisse une perpendiculaire  $UX$  sur la projection  $AM'$  du rayon qui correspond au point du contact de la sphère et du plan, le point  $X$  intersection des traces  $VTX$  et  $UX$ , sera un point de la tangente à la projection horizontale de l'épicycloïde; donc  $XY$  sera cette tangente; menant  $YY'$  perpendiculaire à  $BV$ , la droite  $XY'$  sera la tangente à la projection de la courbe sur le plan vertical  $ABV$ .

En supposant le cercle horizontal  $ABC$ , transporté en  $A'B'C'$ , et le plan incliné  $Bd$  en  $B'd'$ , la nouvelle figure qui en résulte est tout-à-fait semblable à la première; d'où il suit que le cône, qui a son sommet en  $H$  et pour base l'épicycloïde décrite par un point  $M$  du cercle mobile  $BMD$ , peut être regardé comme le lieu d'une suite d'épicycloïdes semblables et décroissantes, et les tangentes aux épicycloïdes menées par les différens points d'une même arête, telle que celle qui passe par le point  $M$  et le sommet  $H$ , sont parallèles entr'elles, et passent toutes par la même droite  $HV$ .

---

*De la tangente à l'Epicycloïde déterminée par la méthode de Roberval.*

M. Gaultier, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, s'est proposé de trouver la tangente de l'épicycloïde, par la méthode de Roberval, et de faire voir, par la même méthode, que cette tangente est l'intersection de deux plans connus de position; la solution qu'il a donnée est très-bonne et très-élégante; comme elle est en partie analytique, je la ferai connoître dans le prochain Numéro, où je donnerai en même temps l'équation différentielle de l'épicycloïde sphérique.

M. Gaultier a observé que le point générateur de l'épicycloïde étoit animé de deux vitesses, l'une suivant la tangente au cercle mobile, l'autre suivant la tangente au cercle qui a son centre sur la perpendiculaire  $AH$ , et pour rayon la distance du point de l'épicycloïde à cette perpendiculaire, et que ces deux vitesses pour un point tel que  $M$ , dont la projection horizontale est  $M'$ , étoient dans le rapport du rayon  $AB$  au rayon  $AM'$  ou de la tangente  $B\zeta$  à la tangente  $M'm$ ; d'où il suit qu'en traçant sur le cercle mobile  $Bsd$ , un parallélogramme  $S\zeta S'o$ , dont les côtés  $S\zeta$ ,  $S'o$  soient

égaux à  $B\epsilon$  et à la projection  $S o$  de  $M' m$  sur le plan du cercle mobile, la diagonale  $S S'$  est la projection de la tangente sur le même plan; on prouve par un calcul simple que cette droite  $S S'$  doit passer par le point  $d$ .

En construisant sur le plan horizontal un parallélogramme  $M' m l q$ , dont le côté  $M' q$  est la projection de la droite  $S \epsilon' = B \epsilon$  sur le plan horizontal, la diagonale  $M' l$  est la tangente à la projection horizontale de l'épicycloïde.

## §. II. SCIENCES PHYSIQUES.

*Expériences faites au Laboratoire de l'Ecole Polytechnique, par MM. GAY-LUSSAC et THENARD.*

### ÉLECTRICITÉ.

La pile voltaïque dont Sa Majesté a fait don à l'Ecole Polytechnique (*voyez la Corresp.*, p. 450) a été mise en activité le 29 juillet 1808.

Cette pile est composée de six cent plaques; chaque plaque est en deux parties, *cuivre* et *zinc*, soudées ensemble; la partie *cuivre* pèse un kilogramme, et l'autre en *zinc* pèse trois kilogrammes. Des six cents plaques, cinq cents sont d'une forme quarrée sur la plus grande face; le côté de ce quarré est de trois décimètres: la plus grande face sur les cent autres est un parallélogramme rectangle de six décimètres sur quinze centimètres, c'est-à-dire, d'une surface égale à celle du carré de trois décimètres de côté.

La pile est montée à la manière de Pepys, avec des modifications qui en rendent le service plus prompt et plus commode; elle a été mise en activité en moins de trois minutes.

On a soumis au courant électrique de la pile entière les trois terres *baryte*, *strontiane* et *chaux*.

Elles ont toutes manifesté des phénomènes de combustion au pôle négatif: la chaux principalement donnoit une flamme vive et rouge.

La baryte dégageoit une vapeur dont on se trouvoit incommodé.

### *Du Gaz Fluorique.*

En chauffant dans un tube de fer le fluaté de chaux et l'acide boracique vitreux, on obtient du gaz *fluorique*, qui tient en dis-

solutio  
fluorid  
telle a  
liquid  
tieane  
avec  
il ne  
tienne  
L'e  
est l  
n'a a  
Le  
acid  
E  
par  
des  
peu  
ave  
sili  
nis  
I  
cor  
le  
ch  
la  
eo  
li  
et  
fl

solution une assez grande quantité d'acide boracique. Ce gaz fluorique ne peut pas contenir d'eau hygrométrique ; il a une telle affinité pour l'eau, qu'il s'y combine en prenant la forme liquide ; il enlève l'eau hygrométrique à tous les gaz qui en contiennent, et la convertit en un liquide acide. Mis en contact avec des gaz desséchés, par la chaux ou par le muriate de chaux, il ne forme pas de liquide ; ce qui prouve que ces gaz ne contiennent plus d'eau hygrométrique.

L'eau saturée de gaz fluorique obtenu par l'acide boracique est limpide, fumante, et des plus caustiques ; cependant elle n'a aucune action sur le verre.

Le fluat de chaux siliceux, décomposé par le phosphate acide de chaux, donne beaucoup de gaz fluorique siliceux.

En décomposant le fluat de chaux dans un vase de plomb, par l'acide sulfurique concentré, on obtient un liquide qui jouit des propriétés suivantes ; il répand dans l'air d'épaisses vapeurs ; il s'échauffe et entre même subitement en ébullition avec l'eau ; il dépolit le verre, le dissout, et le réduit en gaz siliceux. Son action sur la peau est très-rapide ; il la désorganise instantanément.

Il n'y a aucun moyen d'obtenir le gaz fluorique pur ; pour décomposer ce gaz par le métal de la potasse, on a préféré prendre le gaz siliceux, parce que la silice n'est pas un combustible. En chauffant ce gaz siliceux mis en contact avec le métal de la potasse, il y a production de lumière et de chaleur. Cette combustion donne pour résidu du fluat de chaux, de la silice, et une *substance particulière* combinée avec la potasse et la silice. Cette substance particulière est la base du gaz acide fluorique.

---

### *Sur l'Acide Boracique.*

L'acide boracique est décomposé par le métal de la potasse ; son radical est brun-verdâtre, fixe et insoluble dans l'eau. On doit le placer à côté du charbon, du phosphore et du soufre. Pour passer à l'état d'acide, il exige une grande quantité d'oxygène ; avant d'arriver à cet état, il passe à celui d'oxide.

---

### *Sur le Gaz Acide Muriatique.*

Le gaz acide muriatique, considéré autrefois comme une substance simple, résulte de la combinaison du gaz acide muriatique oxygéné et du gaz hydrogène ; pour obtenir cette combina-

son, on prend des volumes égaux de ces deux gaz, et on les mêle ensemble; ayant élevé la température du mélange à  $125^{\circ}$ , une forte détonnation accompagne l'action réciproque et instantanée des deux gaz; un rayon direct du soleil produit sur le mélange les mêmes effets. La combinaison des deux gaz a encore lieu dans une lumière diffuse, mais elle se fait plus lentement.

### §. III. ANNONCE D'OUVRAGES.

*Programme du Cours Élémentaire des Machines fait à l'Ecole impériale Polytechnique*, par M. HACHETTE;  
*Essai sur la composition des Machines*, par MM. LANZ et BETANCOURT.  
 Un vol. in-4°.

*Programme d'un Cours de Physique ou Précis de Leçons sur les principaux phénomènes de la nature, et sur quelques applications des Mathématiques à la Physique*, par M. HACHETTE, 1 vol. in-8°.

Cet ouvrage est divisé en douze leçons, ainsi qu'il suit :

- 1<sup>re</sup>. *Leçon*. Notions générales sur les corps et sur les forces qui unissent les molécules de ces corps.
- 2<sup>o</sup>. *Leçon*. De l'étendue et de la figure des corps.
- 3<sup>o</sup>. *Leçon*. De la cristallographie.
- 4<sup>o</sup>. et 5<sup>o</sup>. *Leçons*. De la mobilité et de la gravité.
- 6<sup>o</sup>. *Leçon*. De l'action capillaire.

J'ai donné dans cette leçon la démonstration du théorème de M. Laplace, sur l'ascension des liquides dans les tubes capillaires.

- 7<sup>o</sup>. *Leçon*. Du calorique, par M. Monge.
- 8<sup>o</sup>. *Leçon*. De l'action réciproque de l'eau et de l'air.
- 9<sup>o</sup>. et 10<sup>o</sup>. *Leçons*. De la lumière.

J'ai expliqué dans cette leçon les principaux effets de la réflexion et de la réfraction, par la considération des *caustiques*. Les articles *arc-en-ciel* et *acromatisme* sont présentés d'une manière nouvelle.

MM. les Elèves de l'Ecole Polytechnique liront avec intérêt l'explication du mirage, par M. Monge.

- 11<sup>o</sup>. *Leçon*. De l'Électricité.

J'ai suivi dans cette leçon la marche qui avoit été tracée par M. *Monge*, pour l'exposition des phénomènes électriques; j'y ai ajouté l'explication du bruit du tonnerre, par ce célèbre physicien, et l'instruction du Comité des fortifications sur la construction des paratonnerres.

12°. *Leçon*. Du magnétisme.

J'ai décrit dans cette leçon la boussole de mer, et un instrument propre à mesurer l'*inclinaison* de l'aiguille aimantée, qui appartient au cabinet de physique de l'Ecole Polytechnique.

La description d'un autre instrument très-utile à tous les ingénieurs des services publics, le Baromètre portatif de *Fortin*, est accompagnée d'un dessin qui en montre la construction et l'usage.

Cet ouvrage est terminé par des tableaux numériques, indispensables pour tous ceux qui s'occupent de physique ou de chimie.

L'un de ces tableaux présente les capacités de calorique de différentes substances; c'est M. Desormes qui a eu la bonté de me le communiquer; la capacité de l'air atmosphérique marquée 0,33 est trop grande; M. Clément l'estime, d'après ses expériences, de 0,133.

#### §. IV. PERSONNEL.

M. Neveu, instituteur de dessin à l'Ecole Polytechnique, est décédé le 7 août 1808. Il a été vivement regretté de tous ses collègues.

M. Vincent, peintre, membre de l'Institut et de la Légion d'Honneur, est nommé instituteur de dessin, en remplacement de M. Neveu; le décret impérial de sa nomination est du 23 novembre 1808.

M. Poisson, instituteur à l'Ecole Polytechnique, a été nommé adjoint au Bureau des longitudes, par un décret impérial du 14 septembre 1808.

M. Hachette est nommé membre honoraire du Bureau consultatif des arts et manufactures au ministère de l'intérieur; la lettre de nomination est du 25 novembre 1808.

M. Ampère , répétiteur d'Analyse à l'Ecole Polytechnique ;  
MM. Rendu ( Ambroise ), Guenaud ( Philibert ), anciens élèves  
de l'Ecole Polytechnique , ont été nommés inspecteurs-géné-  
raux de l'Université.

M. Malartic ( Charles-Jean-Baptiste-Alphonse ) , ancien  
élève , a passé aux fonctions de secrétaire de la Légation fran-  
çaise près S. M. le Roi de Wirtemberg , à Stuttgard.

M. Meaume , ancien élève , est professeur de mathématiques  
au Lycée de Rouen.

M. Cléreau , ancien élève , est professeur de mathématiques  
au Lycée de Gand.

Les anciens élèves , promus jusqu'à ce jour ( janvier 1808 ) ,  
au grade d'ingénieur en chef des ponts et chaussées , sont :  
MM. Lamandé fils , Brisson et Saint-Genis.

MM. Finot ( A.-B. ) et Le Tonnelier - Breteuil , anciens  
élèves , ont été nommés auditeurs au Conseil-d'Etat.

M. Berge , colonel du 5<sup>e</sup>. Régiment d'Artillerie à cheval ,  
remplit les fonctions de chef de l'état-major général de l'Ar-  
tillerie , à l'armée d'Espagne.

**EXAMINATEURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ,**  
*pour le Concours de 1808.*

Paris . . . . .	M. AMPÈRE.
Tournée du Sud-Ouest. . . . .	M. DINET.
Tournée du Nord-Est. . . . .	M. LABEY.
Tournée du Sud-Est. . . . .	M. FRANCŒUR.

Les examens ont été ouverts le 5 août , et les cours pour la  
deuxième division formée par la nouvelle promotion , ont com-  
mencé le 1<sup>er</sup>. novembre.

## §. V. CONSEIL DE PERFECTIONNEMENT.

La neuvième session du Conseil de perfectionnement a été ouverte le 19 octobre 1808, et a été terminée le 11 mars 1809.

---

### LISTE DES MEMBRES DU CONSEIL.

*Gouverneur de l'Ecole, Président.*

S. E. M. le comte de Cessac.

*Examineurs pour l'admission dans les services publics ;  
membres désignés par la loi.*

MM. Legendre , Lacroix , Vauquelin , Malus.

*Membres de l'Institut national , pris , selon la loi , dans la  
classe des sciences physiques et mathématiques. •*

MM. Lagrange , Laplace , Berthollet.

*Désignés par S. E. le Ministre de la guerre.*

MM. Thirion , inspecteur-général de l'artillerie de la marine ;  
Allent , officier supérieur du génie ; Brousseau , chef de ba-  
taillon , ingénieur-géographe.

*Désignés par S. E. le Ministre de la marine.*

MM. Sugny , inspecteur-général de l'artillerie de la marine ;  
Sané , inspecteur-général du génie maritime.

*Désignés par S. E. le Ministre de l'intérieur.*

MM. Prony , inspecteur - général des ponts et chaussées ;  
Lelièvre , inspecteur-général des mines.

*Directeur des études de l'Ecole Impériale Polytechnique.*

M. Vernon.

*Commissaires choisis par le conseil d'instruction de l'Ecole ,  
parmi ses membres.*

MM. Monge , Guyton , Andrieux , Poisson.

*Quartier - maître de l'Ecole Polytechnique ,  
Secrétaire.*

M. Mariëlle.

# LISTE,

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

*Des 159 Candidats admis à l'École impériale Polytechnique ,  
suivant la décision du Jury du 28 septembre 1808.*

N O M S.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENTS.
Allain dit Surville.	Eugène-Augé.-Geor.-Louis.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Armand.	Jean-François.	Bar-sur-Aube.	Aube.
Asselin-de-Crève-Cœur.	Armand-L.-François.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Bachelay.	Jean-Baptist-Gaston.	Larochelle.	Charente-Infér.
Baudesson.	Augustin-Edme-Mic.	Fontainebleau.	Seine-et-Marne.
Baudreuil.	Franç.-Henry-Alph.	Saint-Quentin.	Aisne.
Belanger.	J.-B.-Charles-Joseph	Valenciennes.	Nord.
Bernard.	Honore.	S. Benoît du Sault	Indre.
Boissière.	Antoine-Louis.	Paris.	Seine.
Boistel dit Du-royer.	Charles-Frédéric.	Amiens.	Somme.
Bonie.	François.	Bordeaux.	Gironde.
Boquet.	Blaise-Hilaire.	Soissons.	Aisne.
Cabannes - La-prade.	Alexandre-Jean-Fois.	Marsal.	Meurthe.
Caqueray deFon-tenelle.	Charles-Marie.	Maucombe.	Seine-Inférieure.
Carbonazzi.	Jean-Antoine-Joseph-Camille.	Félizzano.	Marengo.
Casse.	Jean-Bapt.-Antoine.	Marseille.	Bouc.-du-Rhône.
Cerf-Berr.	Alphonse-Théodore.	Nancy.	Meurthe.
Chiappe.	Jean-Jacques.	Ajaccio.	Liamone.
Clausade.	Joseph-Martial.	Castelnaudary.	Aude.
Collas.	Jean-Lazare.	Autun.	Saône-et-Loire.
Comynet.	Auguste-Edouard.	Paris.	Seine.
Coriolis.	Gaspard-Gustave.	Paris.	Seine.
Corrèze.	Joseph.	Meyssac.	Corrèze.
Costa.	Roland.	Chiavari.	Apennins.
Cotte.	Louis-Etienne-César.	Riez.	Basses-Alpes.
Courtois.	Aimé-Charlemagne.	Compiègne.	Oise.
Cousinery.	Barthélemy-Edouard.	Marseille.	Bouc.-du-Rhône.

N O M S.	P R É N O M S.	L I E U X DE NAISSANCE.	D É P A R T E M E N S.
Couturat.	Augustin-Fr.-Clém.	Paris.	Seine.
Cuel.	Charles-André.	Haucourt.	Seine-Inférieure.
Dadole.	Pancrace.	Paris.	Seine.
Dartois.	Honoré-Prosper.	Paris.	Seine.
Decayeux.	Jean-Baptiste-Henry.	Abbeville.	Somme.
Dehaussey.	Alexandre.	Péronne.	Somme.
Delafosse.	Louis-André.	Paris.	Seine.
Delafuye.	Victor-François.	Azé.	Mayenne.
Delattre-D'Aubi- gny.	Adolphe-Louis-Ge- neviève-Firmin.	Epernai.	Marne.
Dela'enne.	Auge.-Elisabeth-Cés.	Tannay.	Nièvre.
Delseries.	Antoine.	Sonnac.	Lot.
Demonet - La- marck.	Guill.-Emm.-Auguste	Paris.	Seine.
Desages-d'Heure.	Jean-François.	Terrasson.	Dordogne.
Desjardins.	Allain-Louis-Antoin <sup>e</sup>	Paris.	Seine.
Devere.	Lambert.	Paris.	Seine.
Devieville.	François - Georges- Frédéric-Auguste.	Marseille.	Bouc.-du-Rhône.
Ducasse.	Jean-Baptiste.	Villeneuve-sur-Lot.	Lot-et-Garonne.
Duché.	Vital.	Châl.-sur-Saône.	Saône-et-Loire.
Duffourc.	Philippe Laurent.	Astafort.	Lot-et-Garonne.
Dufraier.	Adrien-Stanislas.	Paris.	Seine.
Dupré.	Denis-Ant.-Honorine	Honfleur.	Calvados.
Durand.	Gustave-Othon.	Séverac.	Aveyron.
Durfort-Léohard	Anne-Charles-Frédér.	Besançon.	Doubs.
Emon.	Jean-Louis.	Pont-Levoy.	Loir-et-Cher.
Ethéart.	Barthélemy-Auguste.	Saint-Malo.	Ile-et-Vilaine.
Falguiere.	Jean-Marie-Alban- Michel.	Rabastens	Tarn.
Fillon.	Charles-Marie.	Barbezieux.	Charente.
Floquet.	Jean-Robert.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Franchessin.	Ernest.	Cattenom.	Moselle.
Frimot.	Jacques-Joseph.	St.-Germain-le- Gaillard.	Manche.
Froussard.	Claude-Victor-Louis.	Chaumont.	Haute-Marne.
Gallot.	Marie-Mathurin.	Fauguernon.	Calvados.
Gambier.	Alexandre-Pierre.	Paris.	Seine.
Gardeur-Lebrun.	Auguste-Stanislas.	Metz.	Moselle.
Gargan.	Théod.-Charl.-Joseph	Inglange.	Moselle.
Gazel.	Josien.	Lunéville.	Meurthe.
Genieys.	Raymond.	Adissan.	Hérault.
Gensolen.	Fortuné.	Hières.	Var.
Gilberton.	Gilbert-Charles.	Hérisson.	Allier.
Godin.	Pierre-Gasp.-Cosme.	St.-Saulge.	Nièvre.
Goupil.	Auguste-Jean.	Alençon.	Orne.
Goureau.	Claude-Charles.	Pisy.	Yonne.
Gourier.	Nicolas-Antoine.	Pont-à-Mousson.	Meurthe.
Goussard.	Charles-Eugène-Félix	Paris.	Seine.
Gravelle.	Barthélemy.	Charny le Bacot.	Aube.

N O M S.	P R É N O M S.	L I E U X DE NAISSANCE.	D É P A R T E M E N S.
Griffet-Labaume	Charles-Antoine.	Roanne.	Loire.
Guenyveau.	Denis.	Saumur.	Maine-et-Loire.
Guillebon.	Alexandre.	Wavignies.	Oise.
Hercouet.	Gaspard-Henry.	St.-Malo.	Ille-et-Vilaine.
Hubert.	Arsène-Claude.	Paris.	Seine.
Hugenot dit La- lance.	Alexandre-Frédéric.	Montbéliard.	Haut-Rhin.
Hurel.	François-Félix.	Pointe-à-Pitre.	Isle-de-la-Guadé- loupe.
Hyman.	Louis-Alexandre.	Paris.	Seine.
Jacquemont.	Fr.-Joseph-Porphire.	Arnouville.	Seine-et-Oise.
Jacquín	Mic. Léonard-Théod.	Dôle.	Jura.
Jolivet de Rien- court.	Marie-Edme-Martin.	Cherbourg.	Manche.
Josserand.	Jean-Louis-Justin.	Montélimart.	Drôme.
Jouvin.	Jacques.	Nîmes.	Gard.
Jubié.	Joseph-Noël-Jules.	La Sône.	Isère.
Labrosse-Luuyt.	Jacques-Louis.	Lyon.	Rhône.
Lafont du Cujula.	Joseph-Martial-Mar- cellin.	Agen.	Lot-et-Garonne.
Lanteri.	Ant. - Raphaël - Elie- Vinc.-Emm.-Marie	Loano.	Montenotte.
Laroze.	Henry-Julien-Jean.	Paris.	Seine.
Laurencot.	Joseph - Théophile - François-Xavier.	Arbois.	Jura.
Laval.	Jacques-Raymond.	Pergain.	Gers.
Lavallée.	Hilaire.	Isle Bouchard.	Indre-et-Loire.
Le Corbeiller (1).	Martin-Augte.-Marie.	Paris.	Seine.
Lecourroyer.	Guillaume-Augustin.	Ectot-les-Baons.	Seine-Inférieure.
Lefebvre.	Louis.	Falaise.	Calvados.
Lefrançois-Dela- lande.	Isaac.	Paris.	Seine.
Legraverend.	André-Franc.-Guill.	Reuues.	Ille-et-Vilaine.
Lemasson.	Marie-Thomas.	Clermont Ferrant	Puy-de-Dôme.
Lenfant.	Jean.	Ecueil.	Marne.
Le Rouge.	Pierre-Jacques.	Condé sur Risle.	Eure.
Lesbros.	Joseph-Aymé.	Veynes.	Hautes-Alpes.
Louis.	Claude-Jos.-Leufroy.	Ervy.	Aube.
Lounel.	Gratien-Désiré.	St.-Malo.	Ille-et-Vilaine.
Lugaigne.	Jean-Bapt.-Jacques.	Pezenas.	Hérault.
Mareuse.	Louis-Ant.-Hippol.	St.-Quentin.	Aisne.
Mary.	Louis-Charles.	Metz.	Moselle.
Merland.	Preux-Joseph.	S.-Gilles-sur-Vie	Vendée.
Moneuze.	Guillaume-François.	Rheims.	Marne.
Morin.	Pierre-Etienne.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Morlot.	Jos.-Charles-Antoine	Paris.	Seine.
Munier.	Dominique-Nicolas.	Jouy-aux-Arches.	Moselle.
Noël.	Jean-Félix.	Bruxelles.	Dyle.

(1) M. Le Corbeiller avoit déjà été admis en 1807, mais il n'avoit pas rejoint.

N O M S.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENTS.
Noizet.	François-Joseph.	Paris.	Seine.
O-Farrell.	Alexandre-Augustin.	Le Puy.	Haute-Loire.
Olry.	Pierre Adolphe.	Vandœuvre.	Meurthe.
Oury.	Pierre-Constantin.	Tourlaville.	Manche.
Paqueron.	Nicolas.	Ancerville.	Meuse.
Pâquet.	Victor-Antoine.	Meaux.	Seine-et-Marne.
Parés.	Jos.-François-Pierre-Jean.	Rivesaltes.	Pyrénées-Orient.
Paret.	Claude-Jos.-Camille.	Lyon.	Rhône.
Pargoire.	Jean-Pierre.	St.-Pons de Mau-Chiens.	Hérault.
Pequeult de la Varande.	Antoine-Gabriel.	Lisieux.	Calvados.
Perreyve.	Joseph.	Lyon.	Rhône.
Perrot.	Ange-Jean-Joseph.	Plobonalec.	Finistère.
Petitot-de-Mont-Louis.	Théséphore - Enne-mond-Marie.	Parme.	Taro.
Peyret.	Jean-L.-Ant.-Emélie.	Aiguesmortes.	Gard.
Poilleux.	Antoine.	Melun.	Seine-et-Marne.
Pouettre.	Casimir.	Touques.	Calvados.
Poupart.	Charles-Henry.	Angers.	Maine-et-Loire.
Raigniac.	Franç. - Louis-Marie-Anne-Gabriel-Jean Saint - Cyr-Marie-Jeanne.	Artigues.	Lot-et-Garonne
Reguis.	Louis-Xavier.	Sisteron.	Basses-Alpes.
Rolland - Garagnol.	Jean-Pierre-Camille.	Grenoble.	Isère.
Rondeau-Martinière.	Louis-Noël.	Neuvy-la-Loi.	Indre-et-Loire.
Roy.	Edme.	Villesous la Ferté.	Aube.
Rudler.	Jean-Baptiste.	Guebviller.	Haut-Rhin.
Sahugnet-d'Amarzit-d'Espagnac.	Amable-Jean-Joseph-Charles.	Paris.	Seine.
Saladin.	Auguste-Henry.	Genève.	Léman.
Savart.	Nicolas.	Mezières.	Ardennes.
Schérer.	Charles-Louis.	Paris.	Seine.
Serres.	Jean-Joseph.	La Roche - des-Arnauds.	Hautes-Alpes.
Sers.	Jean-Jacques.	Bordeaux.	Gironde.
Sertour.	Louis-Antoine.	Oulx.	Pô.
Simon.	André-Jean-Baptiste-Arbogast.	Colmar.	Haut-Rhin.
Soufflot.	François.	Paris.	Seine.
Soulier.	Jean-Joseph.	Clermont - Ferrand.	Puy-de-Dôme.
Surineau.	Augustin - Joseph-Gaston.	Luçon.	Vendée.

N O M S.	PRÉNOMS.	LIEUX	DÉPARTEMENTS.
		DE NAISSANCE.	
• Tabareau.	Charles-Henry.	Beziers.	Hérault.
Tardu.	Antoine-François.	Paris.	Seine.
Thiry.	Charles-Ambroise.	Naucy.	Meurthe.
Tiron.	Edme-Marie-Prosper-		
	Guillaume.	Paris.	Seine.
Tournaire.	Guillaume.	Riom.	Puy-de-Dôme.
Umpfenbach.	François-Antoine.	Mayence.	Mont-Tonnerre.
Vallenet.	Antoine - Bertrand-		
	Eugène.	Livry.	Seine-et-Oise.
Vatrin.	Charles-Antoine.	Etain.	Meuse.
Vene.	Antoine.	Vialas.	Tarn.
Vincent.	Louis-Auguste.	Grenoble.	Isère.
Vivier-Lachaise.	Pierre-Edouard.	St. - Pierre - le -	Nièvre.
		Moutier.	Drôme.
Vuillet.	Joseph-Augustin.	Die.	

### ÉVÉNEMENTS PARTICULIERS.

M. Pellegrin ( Séraphin-Dominique ), élève de l'Ecole impériale Polytechnique, se promenoit au bord de l'eau, devant le port des Invalides, le mardi 14 février 1809; il aperçoit au milieu de la rivière un homme luttant contre la mort ( c'étoit un trompette des dragons de la garde de Paris ); il se précipite tout habillé dans les flots, et parvient à le ramener heureusement à bord.

M. le Conseiller-d'Etat, Préfet de Police, en donnant connaissance de cet acte de dévouement à M. le Ministre-d'Etat, Gouverneur de l'Ecole Polytechnique, l'a prié de vouloir bien transmettre au jeune élève le témoignage de sa satisfaction particulière.

Dans le courant du mois de janvier dernier, un brick français s'étant brisé sur un écueil en vue de Quiberon, le jeune de Bouteiller ( Charles-François-Romarc ), ancien élève de l'Ecole Polytechnique, officier dans le 6<sup>e</sup>. régiment d'artillerie à pied, se porta sur le rivage pour voir si l'on pouvoit donner quelques secours aux naufragés. La brume, dont la mer très-houleuse étoit couverte, s'étant dissipée, il aperçut, vers les cinq heures, deux hommes qui luttoient contre les flots. Alors ne consultant que son cœur, il se jette à la mer, et bientôt, suivi d'un second, il parvint à sauver les deux naufragés, qui, depuis trois heures, cherchoient en vain à aborder le rivage; et qui, exténués de fatigue, étoient près de périr.

Ce jeune homme a rendu compte de cet événement à son père avec une sensibilité et une modestie touchante : *« J'ai senti, dit-il, en prenant la main glacée de ces malheureux, que ce moment seroit un des plus beaux de ma vie. »*

M. de Bouteiller est un officier de mérite, qui s'est fait déjà distinguer dans les dernières campagnes.

## CONCOURS DE 1808.

Le jury d'admission de l'Ecole Impériale Polytechnique a prononcé, le 28 septembre, sur les candidats qui se sont présentés au concours de cette année ;

Trois cent quatre-vingt-un candidats ont été examinés, tant à Paris que dans les départemens.

Deux cent soixante-treize ont été déclarés admissibles pour les sciences mathématiques ;

Mais deux ont été exclus du concours par le jury, parce qu'ils s'étoient présentés à deux examinateurs, et qu'ils avoient été examinés deux fois.

Le jury a également exclu du concours :

1°. Onze candidats trop peu instruits dans le dessin, ou n'ayant pas concouru dans cette partie ;

2°. Six n'ayant pas concouru dans la langue latine ;

3°. Deux, comme ne connoissant pas suffisamment leur langue.

Le nombre des candidats entre lesquels le jury a dû faire un choix, a donc été de 251, sur lesquels 159 ont été admis.

Nombre des Candidats examinés en 1808, 381, savoir :

A Paris . . . . .	142	} . . . . . 381
Dans les départemens . . . . .	239	

Nombre des candidats admis en 1808, 159, savoir :

A Paris . . . . .	79	} . . . . . 159
Dans les départemens . . . . .	80	

Nombre des Elèves admis jusqu'au 10 décembre 1807 . . . . .	1980
---	------

Nombre total des Elèves admis à l'Ecole depuis son établissement. . . . .	2137
---	------

## ADMISSION DANS LES SERVICES PUBLICS.

Le jury présidé par M. le Gouverneur, et composé des deux Examinateurs permanents, MM. Legendre et Lacroix (1), et des Examinateurs temporaires, MM. Vauquelin et Malus, a arrêté, le 5 octobre 1808, les listes suivantes, par ordre de mérite ; savoir :

*Artillerie de terre.* MM. Regneault, Poillevé de la Guérinais, Lanoue, Bréon, Avéros, Faurie, Coessin, Lagarde, Boisset, Gailly, Pissin aîné, Raoul, Lafitte, Bouchard, Tessier, Baston-Lariboisière, Favier, Lamy, Gislain-Bontin, Pissin jeune, Culmann, Vathaire, Franchessin, Grandjean, Poulain (Delphin), Puymirol, Bezault, Sainte-Aldegonde, Nancy, Robillard, Damey-Saint-Bresson, Ratoin, Thoumas, Leroy, Amillet (J.-H.-U.), Joffre, Caurant, Savoye, Besser, Jacomet, Toytot, Frémond, Desnoyers, Prisy, Prevost, Mariez, Donzelot, Royer, Belly, Viart. . . . . 50

*Artillerie de mer.* MM. Barthez, Rieu, Antoine, Briois, Ducluzeau, Dellac, Hénin, Merlin, Mosseron d'Amboise, Vassal, Charpentier, Mayer-Marx, Moulin (P.-N.-A.), Belenet, Bourrousse-Laffore. . . . . 15

*Génie militaire.* MM. Picot, Dombey, Leroux-Douville, Lapipe, Locher, Goeury, Vuilleret, Négrier, Leroy (F.-A.), Cassières, Barbaud, Anselmier, Drumel, Pintedevin-Dujardin, Million, Vincenot, Furgole, Becquerel, Raffard, Lemer cier, Comte, Choumara, Larmandie, Sudour, Lepescheur de Branville. . . . . 25

*Ponts et Chaussées.* MM. Pellegrini, Grandin (C.-H.-P.), Mallet, Teichmann, Jousset, Guyton, Cailloux, Letocart, Borgognon, Marcilly, Poirée, Frissard, Journet, Reydellet, Mounier, Leguay, Morisset-Dubreau, Robinot, Verdier, Viollet, Marcellin, Bardel, Jémois. . . . . 23

*Mines.* MM. Gueymard, Gabé, Gardien, Roussel-Galle, Jacques, Chéron, Roussel. . . . . 7

*Construction des vaisseaux.* MM. Dubois (L.-J.-F.), Demoor, Jobert, Pirard, Leroux, Janin, dit Lescure (2). 6

*Poudres et salpêtres.* MM. Bineau, Grandbesançon (3). 2

(1) M. Lacroix a remplacé, comme examinateur permanent, M. Bossut, qui n'a pu en remplir les fonctions pour cause de maladie.

(2) Passés dans ce service en juin 1808, à la suite d'un concours particulier.

(3) Passés dans les poudres et salpêtres en juin 1808, à la suite d'un concours public.

*Troupes de ligne.*

M. Mangin-Douence, nommé sous-lieutenant dans le 94<sup>m</sup>,  
régiment d'infanterie. . . . . I

*Démisionnaires.*

MM. Beck (Minard), Boucher (J. - E. - E.), Cahusac,  
Costa, Deprez de Crassier, Douzon, Le Corbier, Lepas-  
quier, Paulet, Petit (L.-J.-B.-D.), Pron. . . . . II

*Morts.*

MM. Bouyer, Devallée, Druet-Desvaux, Gilbert, Gui-  
baud. . . . . 5

*Etat de situation des Elèves de l'Ecole Impériale Polytech-  
nique, à l'époque du 1<sup>er</sup> novembre 1808; et résultat des opé-  
rations des jurys d'admission dans les services publics, de  
passage de la seconde division à la première, et d'admis-  
sion à l'Ecole.*

L'Ecole étoit composée, le 10 novembre 1807,  
de 316 Elèves;

## S A V O I R :

Première division. . . . . 134 } . . . 316 Elèves.  
Seconde division. . . . . 182 }

Elle a perdu dans le concours de l'année,

Morts { Première division. . . . . 1 }  
          { Seconde division. . . . . 4 } 5

Démisionnaires { Première division. . . . . 4 }  
                      { Seconde division. . . . . 7 } II

Passé sous-lieutenant dans la ligne. . . . . I

*Admis dans les services publics.*

Artillerie de terre. . . . . 50 }  
Artillerie de mer. . . . . 15 }  
Génie militaire. . . . . 25 }  
Ponts et chaussées. . . . . 23 } 128  
Construction des vaisseaux. . . . . 6 }  
Mines. . . . . 7 }  
Poudres et salpêtres. . . . . 2 }

Au 1<sup>er</sup>. novembre 1808, l'Ecole restoit composée de 171 Elèves ;

## S A V O I R :

Première division. . . . .	1	} 171
Seconde division. . . . .	170	

Le jury a pensé que sur les 170 Elèves qui composoient la deuxième division, 150 étoient susceptibles de passer à la première, et que 20 devoient faire une seconde année dans cette division. Il en résulte que la nouvelle première division s'est trouvée composée de 151 Elèves.

Ajoutant aux 171 Elèves qui restent à l'Ecole, les 159 qui ont été admis au concours de cette année, ci. . . . . 159

L'Ecole s'est trouvée composée au 1<sup>er</sup>. novembre 1808, de 330 Elèves.

## S A V O I R :

Première division. . . . .	151	} 330
Seconde division. . . . .	179	

## D I S C O U R S

*Prononcé par le Préfet de la Seine-Inférieure (1), à l'ouverture de l'examen des aspirans à l'Ecole Polytechnique, le 5 septembre 1808.*

MESSIEURS,

Je vous ai réunis pour assister à l'ouverture des Examens qui vont avoir lieu pour l'admission des Elèves à l'Ecole impériale Polytechnique.

Cette Ecole, dès sa naissance, a été célèbre dans le monde savant, par l'étendue, la perfection de son enseignement, et

---

(1) M. Savoye Rollin.

la haute réputation des professeurs qui y ont successivement présidé.

Aujourd'hui, son organisation, l'utile et noble destination de ses Elèves, la protection spéciale de S. M. l'Empereur, sous les yeux duquel elle fleurit, tous ces titres lui assurent le premier rang parmi nos institutions de l'instruction publique. J'ai voulu signaler, autant qu'il est en moi, tous ces avantages; j'ai voulu contribuer à les rendre sensibles aux jeunes gens, aux pères de famille et aux instituteurs; enfin, j'ai cru remplir les vues du Gouvernement en faisant moi-même l'ouverture de ces Examens, et en y appelant toutes les personnes qui, par leurs fonctions ou la nature de leurs études, peuvent contribuer à l'intérêt et à la solennité de cette cérémonie.

L'Ecole Polytechnique, Messieurs, n'est point une de ces institutions, telles que les capitales en ont offert quelquefois des exemples, qui, placées au premier rang par des privilèges plutôt que par des services, ne répondent aux faveurs du Gouvernement que par des prétentions, et n'obtiennent jamais d'autre éclat que celui qu'elles tirent de la protection du Souverain. La plus grande gloire de l'Ecole Polytechnique lui est personnelle; elle lui vient de cette nombreuse suite d'Elèves qui sont sortis de son sein. Quelques-uns ont déjà rendu leurs noms célèbres dans l'Europe; plusieurs occupent dans leur patrie des places éminentes, récompense de leurs services: tous font rejaillir sur l'Ecole qui les a formés, l'honneur et la considération qu'ils se sont acquis.

C'est même un sujet d'étonnement, lorsqu'on considère la multitude d'hommes distingués dans tous les genres, qui s'honorent du titre de ses Elèves, de réfléchir qu'elle a à peine quinze ans d'existence. Mais elle offre cela de particulier dans son histoire, qu'elle n'a pas eu d'enfance. Née au milieu des orages politiques, ses premiers fondateurs furent les premiers savans de la France; et ils se servirent, pour répandre et pour perfectionner les arts utiles, de toute l'énergie, de toute l'activité, de tout l'enthousiasme qui caractérisa cette époque, et qui, hors l'enceinte de cet asile des sciences, étoit dirigé par des cœurs moins purs, et vers de moins nobles usages.

Depuis ce moment, on a vu chaque année sortir de dessus ses bancs des essaims de jeunes savans qui se sont répandus dans nos armées, dans nos ports, sur nos routes et dans nos lycées. Partout ils ont porté cette aptitude éclairée, qui simplifie et perfectionne tous les objets auxquels elle s'applique, et qui elle-même n'est qu'une continuelle application des théories de la science. C'est là le plus grand service que pourroit rendre l'Ecole

impériale Polytechnique , de resserrer à jamais par son enseignement les nœuds qui doivent unir les sciences spéculatives et les arts appliqués.

Ce fut un spectacle nouveau dans l'histoire moderne des sciences , de voir des hommes dont les noms se plaçoient naturellement à la tête de l'Europe savante , descendre des hauteurs de leurs spéculations , pour se livrer à toutes les pratiques des arts , créer des artistes , des savans et des officiers , partager leur temps entre les méditations , les expériences et les fatigues de l'enseignement , et transporter , en un mot , dans leur vie et leurs habitudes , l'activité à laquelle jusques-là leur pensée seule avoit été accoutumée.

Cette heureuse influence s'est propagée : c'est à elle que nous devons cette destination plus active que l'on remarque parmi les savans qui , de nos jours , appliquent eux-mêmes le savoir à tout ce qui est utile , et prouvent , par des résultats , les avantages de l'étude à cette partie du public qui n'en connoîtra jamais les charmes , et qui n'en apprécierait pas autrement l'utilité. On les voit dans les carrières de l'industrie , de l'administration , de l'instruction publique ; ils se montrent dans les camps , dans les ateliers ; et par-tout ils joignent à l'éclat de la science celui des services rendus à l'Etat.

Cet aspect du monde savant n'appartient qu'à l'époque où nous vivons : cette observation est une de celles qui lui fait le plus d'honneur.

Je me félicite de ce que la présence , ici , de M. l'Examineur m'a fourni l'occasion d'en faire la remarque.

Les jeunes gens qui m'écoutent , et qui sont venus pour concourir , n'ont pas dû se dissimuler que le titre qu'ils ambitionnent , devient tous les ans plus recherché , plus disputé , et , je dois le dire , plus difficile à obtenir. C'est donc avec cette conviction , jeunes Elèves , que vous avez dû vous préparer à cet Examen , qui fait lutter ensemble des rivaux de toutes les parties de la France. Vous serez d'abord interrogés sur les *Mathématiques* ; elles forment la base de l'instruction requise pour être admis à l'Ecole Polytechnique ; elles sont l'instrument nécessaire à tous ceux qui se destinent aux services publics. L'étude des élémens aura suffi pour vous donner une idée des nombreuses applications que l'on peut faire de cette belle science , dont les propriétés sont si universelles , qu'elles semblent participer de celles de l'étendue qu'elle mesure.

La *Géométrie* aura , la première , fixé votre attention ; elle vous aura intéressés par la variété de ses combinaisons et l'évi-

dence de ses découvertes , qui est telle , que quelquefois , sans doute , vous vous serez étonnés de ne les avoir pas faites vous-mêmes sans le secours de la science. En effet ; tout ce qu'elle vous a révélé étoit en vous. Nous naissons tous géomètres. Ceux qui obtiennent ce titre n'ont d'autre avantage que d'avoir exercé leur esprit à reconnoître et rassembler toutes les notions que nous possédons sur l'étendue. Mais le génie qui guide dans les démonstrations appartient tout entier à la science. Vous aurez remarqué cette singularité , que la géométrie , cette science des corps , opère continuellement sur des abstractions ; elle assemble , elle divise , elle combine des idéalités ; et la nature physique , qui est passive , semble obéir à ses calculs , tant l'application de ses découvertes est rigoureuse. C'est cet esprit d'abstraction par excellence qui faisoit dire à Pascal , que *toute la puissance de l'esprit se montroit dans la première page d'un livre de géométrie*. C'est sans doute aussi dans ce sens qu'il faut entendre ce qu'on nous raconte de l'enthousiasme de cet ancien , à la vue de quelques figures géométriques tracés sur le rivage d'une île étrangère.

Vous avez ouï parler , jeunes Elèves , de l'enthousiasme de cet autre géomètre qui , pour soulever le globe entier , ne demandoit qu'un point d'appui. La partie de la *Statique* , que vous avez vue jusqu'à ce jour , a suffi pour vous expliquer la pensée de ce philosophe. Cette étude vous servira d'introduction à celle de la *Mécanique* , et vous marcherez de prodiges en prodiges.

Une autre branche des mathématiques , qui fut long-temps inconnue , long-temps aride et négligée , et qui , dans le siècle dernier , sembla recevoir une création nouvelle , tant ses procédés furent simplifiés et ses applications multipliées , l'*Algèbre* , a dû aussi faire partie de vos études. L'algèbre , cet appui de l'esprit de recherche , a doublé ses forces dans toutes les carrières où elle l'a guidé ; aussi aujourd'hui toutes les barrières sont-elles tombées devant elle. Il n'est pas une branche des mathématiques qui n'ait reçu son application , et elles se sont toutes agrandies par ses calculs. Elle a prêté ses formules et sa rigoureuse exactitude aux sciences physiques. Depuis ce moment , elles ne s'égareront plus. La subtile métaphysique elle-même a souvent emprunté son langage et son appui. Heureuse , si ses débiles mains lui permettoient de porter ce fil à travers tous les dédales où elle s'engage !

L'algèbre est remarquable par l'étendue de ses recherches ; elle ne l'est pas moins par les procédés qu'elle emploie. Vous avez pénétré dans l'esprit de ces équations algébriques , qui n'offrent à la pensée que des traductions diverses d'un même énoncé ,

et dont la dernière cependant contient la solution cherchée. La première fois que vous les employâtes, vous dûtes être surpris de la puissance de la science, en la voyant s'emparer de l'inconnue, la traiter comme une quantité positive, la soumettre à ses opérations, et après des combinaisons plus ou moins longues, la forcer de se révéler elle-même. Vos jeunes imaginations ne se rappeloient-elles pas alors ce géant de la fable qui, vaincu, atterré, n'avoit son nom et sa nature qu'après avoir pris mille formes diverses pour échapper à son vainqueur ?

J'aime à vous parler, jeunes Elèves, la langue de vos études; j'aime à parer mes discours des couleurs de l'antiquité : elles plaisent à la jeunesse; elles sont brillantes comme les pensées de cet âge. Vous n'y êtes point étrangers, puisque les belles-lettres ont dû faire partie de vos études; elles auront eu de l'attrait pour vous. Les jeunes mathématiciens comptent ordinairement pour des heures de récréation le temps qu'ils leur consacrent. Ah ! conservez toute votre vie le goût des lettres, ce goût de toutes les jouissances de l'esprit; et puisque la langue de Cicéron doit vous être familière, apprenez par cœur l'éloge qu'il en fait. Il a été la pensée de tous ceux qui, dans tous les siècles et dans tous les pays, les ont cultivées et leur ont dû les momens les plus heureux de leur vie.

Je ne vous parle pas de l'obligation où vous êtes d'écrire correctement la langue française; il est si honteux d'ignorer sa propre langue, que je vous ferois injure en regardant comme une difficulté l'examen que vous devez subir à ce sujet.

Le *Dessin*, qui est une extension du langage, ou au moins un supplément à l'art de peindre la pensée, le dessin fait encore partie des études de l'Ecole Polytechnique. Son étude est utile et peut-être trop négligée dans toutes les conditions de la société. Elle est indispensable et exigée dans celle que vous embrassez.

Voilà, jeunes Elèves, le cercle dans lequel seront renfermés les Examens que vous allez subir. Il est vraisemblable que, dans le nombre de ceux qui se présentent cette année au Concours, tous ne seront pas admis. Que ceux à qui la palme aura été refusée ne voient, dans cette circonstance, qu'une raison pour redoubler de travail, afin de se présenter avec plus d'avantage aux Examens de l'année prochaine.

Ceux qui auront mérité le suffrage de M. l'Examineur auront la perspective prochaine d'entrer au service de l'Etat. Cette nouvelle destination leur imposera de nouveaux devoirs, et doit appeler leur attention sur des objets plus sérieux que ceux qui les ont occupés jusqu'à ce jour. Qu'ils ne perdent jamais de vue que, dans la carrière où ils sont prêts d'entrer, et sous le

règne du grand Prince qui nous gouverne, il n'est qu'un moyen de s'avancer, qu'une seule voie ouverte à l'ambition : c'est celle de l'honneur, de la probité, des bons et loyaux services. Toute autre route égare et perd ceux qui la suivent. Que cette vérité soit la règle constante de toutes vos actions. Jeunes gens, si dans le monde vous entendiez d'autres maximes, si l'on vous citoit des succès obtenus par l'intrigue, ou des services restés sans récompense, méfiez-vous de ces exemples ; méfiez-vous même de ceux qui les débitent. Se montrer morose et frondeur à l'époque où nous vivons, c'est perdre tout crédit auprès des âmes généreuses et des cœurs sensibles à la gloire.

Sans sortir de l'enceinte de l'Ecole où vous allez habiter, vous trouverez dans celui qui la gouverne, et vous aurez continuellement sous les yeux, un exemple de la considération personnelle, de la fortune et des dignités qui peuvent devenir la récompense d'une vie toujours pure, toujours active et toute consumée dans d'utiles travaux. Cet exemple vivant parlera plus haut que mes discours ; et je m'en félicite.

Préparez-vous donc avec ardeur à votre nouvel état ; soyez toujours fidèles à l'honneur, et prospérez sous le règne du grand Napoléon ! C'est la plus noble ambition qui puisse faire battre vos jeunes cœurs.

## §. VI. ACTES DU GOUVERNEMENT.

*Au Palais des Tuileries, le 30 Janvier 1809.*

NAPOLÉON, EMPEREUR DES FRANÇAIS, ROI D'ITALIE, ET PROTECTEUR DE LA CONFÉDÉRATION DU RHIN ;

Sur le rapport de notre Ministre de la Guerre, notre Conseil-d'Etat entendu,

Nous avons décrété et décrétons ce qui suit :

ART. I<sup>er</sup>. Les Ingénieurs-Géographes sont organisés en corps militaire qui portera le nom de *Corps Impérial des Ingénieurs-Géographes*.

ART. II. Il sera dans les attributions du Ministère de la Guerre, et aura pour chef l'officier-général, directeur du dépôt de la guerre.

ART. III. Le nombre des Ingénieurs-Géographes sera de quatre-vingt-dix.

S A V O I R :

- 4 Colonels,
- 8 Chefs d'Escadron,
- 24 Capitaines de 1<sup>re</sup>. classe,
- 24 Capitaines de 2<sup>e</sup>. classe,
- 24 Lieutenans,
- 6 Elèves, sous-lieutenans, au moins.

ART. IV. Les Ingénieurs-Géographes jouiront, dans leurs grades respectifs, de la solde accordée par les lois aux officiers du Génie.

ART. V. Ils auront aussi droit, dans leurs grades respectifs, aux indemnités et retraites de tout genre qui sont accordées aux officiers de l'état-major, d'après les formes et dans les cas déterminés par les lois et les réglemens militaires.

ART. VI. Les places vacantes dans le corps seront données à des élèves de l'Ecole Polytechnique, conformément à la loi du 25 frimaire an 8.

ART. VII. Les Ingénieurs-Géographes en campagne ou sur le terrain, jouiront d'un traitement supplémentaire qui sera fixé par le Ministre de la Guerre, et qui servira à subvenir aux frais de chaîneurs et réparations des instrumens usuels.

ART. VIII. Le nombre des colonels et chefs d'escadron composant le corps provisoire des Ingénieurs-Géographes étant supérieur à celui qui est fixé par le présent décret, les titulaires actuels conserveront leur grade et leur traitement, mais en déduction du nombre des officiers du grade inférieur.

ART. IX. Les Ingénieurs-Géographes conserveront l'uniforme qui leur a été donné.

ART. X. Notre Ministre de la Guerre est chargé de l'exécution du présent décret.

Signé, NAPOLEON.

---

*Au Palais des Tuileries, le 7 Février 1809.*

NAPOLEON, EMPEREUR DES FRANÇAIS, ROI D'ITALIE,  
ET PROTECTEUR DE LA CONFÉDÉRATION DU RHIN.

Sur le rapport du Ministre de l'Intérieur, notre Conseil-d'Etat entendu, nous avons décrété et décrétons ce qui suit :

ART. I<sup>er</sup>. La petite rue Clopin, qui communique de la rue Bordet à celle des Fossés-St.-Victor, sera supprimée dans toute la partie qui sépare l'ancien collège de Boncours, du ci-devant collège de Navarre, depuis la rue Bordet jusqu'à l'angle de la maison n<sup>o</sup>. 6 de la même rue Clopin. Le terrain de la rue fera partie de l'enceinte de l'Ecole, afin d'opérer la réunion des bâtimens et terrains de ces deux collèges, maintenant affectés à l'Ecole Impériale Polytechnique. La rue Bordet portera désormais le nom de rue *Descartes*.

ART. II. La nouvelle rue Clovis, ouverte sur l'emplacement de l'ancienne église Ste. Genevieve, sera prolongée depuis la rue Descartes, jusqu'à celle des Fossés St.-Victor, en remplacement de celle Clopin supprimée par l'article 1<sup>er</sup>, et confor-

nément au plan approuvé par notre Ministre de l'Intérieur le 31 Mai 1807, lequel restera joint au présent décret. En conséquence on prendra à cet effet la partie nécessaire de la maison appartenant au Collège des Irlandais, à estimation, selon la loi du 16 Septembre 1807, sans que le sieur Pélissier, locataire, puisse intervenir à ladite estimation, ni prétendre aucune indemnité du gouvernement, attendu que l'exercice de ses droits ne peut exister que contre le propriétaire.

ART. III. L'Administration de l'Ecole Impériale Polytechnique est autorisée à acheter, dans les formes prescrites par la loi du 16 Septembre 1807, les bâtimens et terrains dépendants de l'ancien Collège de Boncours, qui ont été aliénés, et qui seront reconnus par notre Ministre de l'Intérieur être nécessaires pour la clôture et l'isolement de cette Ecole.

ART. IV. Les portions de l'ancien collège de Boncours, réunies à l'Ecole Impériale Polytechnique par notre décret du 3 Mars 1806, et tous autres terrains provenants d'acquisition, qui se trouveront au-delà de la nouvelle rue Clovis, pourront être aliénés, s'il est reconnu qu'ils soient inutiles au service de l'Ecole; et dans ce cas le prix en sera employé au payement des propriétaires qui se trouveront dépossédés par suite des dispositions ordonnées par le présent décret.

ART. V. L'arrêté du conseil de préfecture du 25 Mai 1808, qui fixe l'indemnité à accorder au sieur Jacquet pour indemnité d'une partie de sa maison, est confirmé.

Toutefois l'administration de l'Ecole est autorisée à traiter avec le sieur Jacquet, avec l'autorisation de notre Ministre de l'Intérieur, pour faire faire à la maison dont partie sera démolie, soit la reconstruction du mur abattu, soit tels autres arrangements en compensation et pour tenir lieu de l'indemnité.

ART. VI. L'administration de l'Ecole pourra également acquérir pour la circonscription de sa clôture et l'isolement de son bâtiment et ouverture de fenêtres, les maisons ou masures, rue Montagne Ste.-Genevieve, n<sup>os</sup> 51, 53, 67, 69 et 73; rue Bordet, les maisons n<sup>os</sup> 1, 3, 5, 11 et 13; rue Traversine, les maisons n<sup>os</sup> 28, 30, 32, 34 et 36; et cul-de-sac Bonpüis, les maisons n<sup>os</sup> 23, 24 et 25.

ART. VII. Pour compléter la réunion du collège de Navarre à celui de Boncours, l'administration de l'Ecole est également autorisée à acquérir les maisons situées rue Clopin n<sup>os</sup> 1, 3, 5, 7 et 9.

ART. VIII. Les acquisitions susdites auront lieu successi-

vement, sur l'autorisation de notre Ministre de l'Intérieur, et seront payées avec les fonds déjà alloués et qui seront accordés par nous à cet effet, ou sur ceux qui resteront disponibles sur ceux annuellement accordés pour l'Ecole Polytechnique.

ART. IX. Notre Ministre de l'Intérieur est chargé de l'exécution du présent décret.

*Signé*, NAPOLEON.

---

Dans le courant de Février 1809, Sa Majesté l'Empereur a conféré le grand-Cordon de la Légion d'Honneur à S. Ex. M. le Ministre d'Etat, Gouverneur de l'Ecole Polytechnique.

---

*Fautes à corriger dans le 1<sup>er</sup> Volume.*

**Pag.** 193, ligne 7, *nommés*, lisez *donnés*.

311, ligne 6, *ellipse*, lisez *hyperbole*.  
(en remontant.)

389, ligne 3, *p, p', p''*, lisez *q, q', q''*.  
(en remontant.)

391, ligne 22, *a', a''*, lisez *ε, γ*.

414, ligne 10,  $\frac{250}{1817}$ , lisez  $\frac{250}{187}$ .  
(en remontant.)

430, lignes 7 et 8, à la *latitude*, lisez *au sinus de la latitude*.

---

# CORRESPONDANCE

SUR

L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE.

~~~~~  
II<sup>e</sup>. Vol. N<sup>o</sup>. I<sup>er</sup>.  
~~~~~

## TABLE DES MATIÈRES.

*Sur la Pyramide triangulaire, par M. Monge.*

*Sur la Transformation des Coordonnées, déduite de considérations géométriques, par M. Hachette.*

*Application de la théorie des Ombres au dessin des Machines; de la ligne de séparation d'ombre et de lumière sur le filet d'une vis triangulaire, par M. Hachette.*

*Sur les trois axes rectangulaires des surfaces du second degré qui ont un centre, par M. Binet ( J.-P.-M. )*

*Solution géométrique de ce problème : « Etant donné un » triangle quelconque, déterminer quelle doit être l'inclinaison de son plan et la position de ses côtés, pour que sa » projection sur un plan donné soit un triangle équilatéral ? » Par M. Baduel, ancien élève, ingénieur des Ponts et Chaussées.*

*Question de Minimis, par MM. Billy et Puissant.*

*Des Epicycloïdes Sphériques, par M. Hachette.*

*Expériences faites au laboratoire de l'Ecole Polytechnique, par MM. Gay-Lussac et Thénard.*

*Annnonce d'ouvrages.*

**Personnel. — Conseil de perfectionnement, 9<sup>e</sup> session, 1808.**

**Liste de 159 élèves admis à l'Ecole Polytechnique, suivant la décision du Jury du 28 Sept. 1808. ( Cette nouvelle promotion porte le nombre des élèves admis à l'Ecole Polytechnique depuis sa création, à 2139. )**

**Liste des 128 élèves admis dans les services publics suivant la décision du Jury du 5 Octobre 1808.**

**Discours prononcé par M. le Préfet de la Seine-Inférieure, à l'ouverture de l'examen des aspirans à l'Ecole Polytechnique, le 5 Sept. 1808.**

**Décret sur le corps impérial des ingénieurs géographes.**

**Décret impérial sur la réunion des ci-devant collèges Navarre et Boncours, pour l'établissement de l'École impériale Polytechnique, du 7 février 1809.**

**Fin de la Table.**

# CORRESPONDANCE

SUR

L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

Rédigée par M. HACHETTE.

N°. II. *Janvier* 1810. (2<sup>e</sup>. vol.)

§. I<sup>er</sup>.

## ANALYSE

*Sur les Équations différentielles des Courbes du second degré;*

Par M. MONGE.

L'équation aux différences premières ordinaires à la ligne droite est toujours de la forme  $\left( \text{faisant } \frac{dy}{dx} = p. \right)$

$$F(y - px, p) = 0$$

et son intégrale se trouve en mettant dans cette équation la constante arbitraire  $a$  à la place de  $p$ , c'est-à-dire que l'intégrale complète est

$$F(y - ax, a) = 0.$$

Ce seroit, je pense, une entreprise inutile de chercher de semblables résultats pour les courbes des différens degrés, principalement parce qu'à l'inspection d'une équation différentielle on ne peut reconnoître si elle appartient à une courbe algebrique, ni de quel degré est cette courbe. Mais les courbes du second degré sont si simples, et se présentent si fréquemment dans la nature, qu'il peut être de quelqu'utilité de le faire pour elles.

L'équation générale des courbes du second ordre est de la forme

$$(A) \quad Ay^2 + 2Bxy + Cx^2 + 2Dy + 2Ex + 1 = 0$$

et contient les cinq constantes  $A, B, C, D, E$ . Si l'on différencie cette équation cinq fois consécutives, pour arriver aux dif-

férences du cinquième ordre, on aura cinq nouvelles équations, entre lesquelles et (A), on peut éliminer les cinq constantes considérées comme arbitraires. Et en faisant

$$\frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{dp}{dx} = q, \quad \frac{dq}{dx} = r, \quad \frac{dr}{dx} = s, \quad \frac{ds}{dx} = t,$$

on trouve pour équation générale, délivrée de toutes les constantes :

$$(B) \quad 9q^2t - 45qrs + 40r^3 = 0;$$

c'est cette équation qui appartient à toutes les courbes du second degré, et qui les exprime toutes, quelles que puissent être les cinq constantes.

Cela posé, soit proposée une équation aux différences ordinaires, qui n'excède pas le quatrième ordre : il est facile de reconnoître si elle appartient à une courbe du deuxième degré : pour cela, il suffit de la différencier successivement jusqu'à ce qu'on soit arrivé aux cinquièmes différences, et de s'assurer si la proposée, au moyen de ses différentielles, satisfait à l'équation générale (B). Si cela a lieu, la proposée appartient en effet à une courbe du second degré, et son intégrale complète est l'équation (A) dans laquelle il y a autant de constantes de trop qu'il a fallu différencier de fois pour arriver aux cinquièmes différences ; il faut donc déterminer les constantes surnuméraires pour que l'intégrale ne soit plus l'équation de toutes les sections coniques, mais seulement celle des sections coniques auxquelles appartient la proposée.

Pour cela, il faut différencier l'intégrale (A) plusieurs fois successivement, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à l'ordre de la proposée ; ensuite, au moyen de ces différentielles successives, éliminer de la proposée toutes les quantités  $p, q, r, \dots$  etc. ; il ne restera plus qu'une équation en  $x, y, A, B, C, D, E$ , et il faudra trouver entre les cinq constantes les relations qui satisferont à cette équation. Sur quoi il faut observer que si cette équation avoit plusieurs facteurs, le facteur utile sera celui qui, pour devenir nul par lui-même, exigera précisément le nombre de relations entre les constantes, égal au nombre des constantes surnuméraires.

*Exemple :*

L'équation générale des cercles est  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ , dont la différentielle délivrée des trois constantes et du troisième ordre est :

$$(C) \quad (1 + p^2)r = 3pq^2.$$

Pour s'assurer si cette équation, considérée comme la pro-

posée, appartient à une section conique, il faut les différencier deux fois de suite; ce qui donne :

$$\begin{aligned} (1 + p^2)^3 s &= 3 q^3 (1 + 5 p^2) \\ (1 + p^2)^3 t &= 15 p q^4 (3 + 7 p^2), \end{aligned}$$

et substituer dans l'équation du cinquième ordre (B) les valeurs de  $r, s, t$ . Or, par cette substitution l'équation (B) est satisfaite donc la proposée appartient à une section conique et a pour intégrale l'équation.

$$(A) \quad A y^2 + 2 B x y + C x^2 + 2 D y + 2 E x + 1 = 0$$

qui contient deux constantes de trop; il faut donc trouver entre les cinq constantes deux relations.

Pour cela il faut différencier trois fois consécutives l'équation (A); la première différenciation donne :

$$p \{ A y + B x + D \} + B y + C x + E = 0$$

qui, faisant pour abrégé,

$$A y + B x + D = M$$

et

$$B y + C x + E = N,$$

devient

$$p = \frac{-N}{M}$$

différenciant ensuite, on a :

$$q = - \frac{(A N^2 - 2 B M N + C M^2)}{M^3}$$

$$r = - \frac{3(A N^2 - 2 B M N + C M^2)(A N - B M)}{M^5}$$

Si l'on substitue les valeurs de  $p, q, r$ , dans la proposée (C), on a l'équation suivante, qui est composée de trois facteurs :

$$M \{ A N^2 - 2 B M N + C M^2 \} \{ B(M^2 - N^2) + M N(C - A) \} = 0$$

Or, de ces trois facteurs, les deux premiers ne sont pas utiles; en effet, le premier,  $M$ , c'est-à-dire  $A y + B x + D$  ne peut devenir nul par lui-même, à moins que l'on ait  $A=0, B=0, D=0$ , ce qui fait trois relations; tandis qu'il n'en faut que deux.

Le second,  $A N^2 - 2 B M N + C M^2$  ne peut devenir nul, à moins que l'on ait  $A=0, B=0, C=0$ , ce qui fait également trois relations; et si dans le même facteur on faisoit  $M=0, N=0$ , il faudroit que toutes les constantes fussent nulles chacune en particulier.

Il n'y a donc que le troisième facteur qui devient nul au moyen des deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} B &= 0 \\ C &= A \end{aligned}$$

Ce sont les valeurs qu'il faut substituer dans l'intégrale générale ( $A$ ) pour avoir l'intégrale propre de la proposée ; intégrale qui devient :

$$A(y^2 + x^2) + 2Dy + 2Ex + 1 = 0$$

et qui appartient au cercle quelconque , ainsi qu'il est facile de le reconnoître, en faisant :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} \\ E &= \frac{-b}{a^2 + b^2 - c^2} \\ D &= \frac{-a}{a^2 + b^2 - c^2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} a, b, c \text{ étant trois autres constantes} \\ \text{arbitraires.} \end{array}$$

Cette équation devient :

$$\begin{aligned} y^2 + x^2 - 2(ay + bx) + a^2 + b^2 - c^2 &= 0 \\ \text{ou :} \quad (y - a)^2 + (x - b)^2 &= c^2 \end{aligned}$$

## GÉOMÉTRIE.

*Explication des Phénomènes d'optique, qui résultent du mouvement de la Terre; et Notions d'Astronomie sur lesquelles est fondée l'application de la Géométrie descriptive à l'Art de construire les Cadran,*

Par M. HACHETTE.

§. I<sup>er</sup>.

*Du Soleil.*

(1) Le soleil est un corps lumineux, de forme sphérique; l'angle sous lequel on le voit de la terre, est variable; le plus grand est de 32' 35'', 5; le plus petit est de 32' 0'' 3 (division sexagésimale); on nomme cet angle *diamètre apparent* du soleil; le diamètre réel est de 142083 myriamètres; le volume du soleil est 1384462 fois plus grand que celui de la terre.

Le centre du soleil est fixe; il tourne autour d'un axe, et la durée d'une révolution entière est d'environ 25 jours 1/2.

*De la Terre.*

(2) La terre est un corps opaque, dont la surface est irrégulière, et dont la masse est d'une forme qu'on a comparée à celle de deux corps réguliers, la sphère, et l'ellipsoïde de révolution; la sphère terrestre a pour diamètre 1273 myriamètres; le grand axe de l'ellipsoïde terrestre est de 1275 myriamètres; le petit axe est de 1271 myriamètres.

(3) Le centre de la terre décrit une courbe autour du soleil, et on a d'abord supposé que cette courbe étoit un cercle, qu'on a nommé *écliptique*; le rayon de l'écliptique est de 15287873 myriamètres; la théorie et l'observation ont appris que le soleil est au foyer d'une ellipse qui diffère moins que le cercle de la courbe décrite par le centre de la terre; les distances du soleil aux extrémités du grand axe de cette ellipse sont exprimées en myriamètres par les nombres 15544709 et 15031037; elles diffèrent du rayon de l'écliptique en plus et en moins de la cent soixante-huit dix millième partie de la valeur de ce rayon.

(4) La durée d'une révolution entière du centre de la terre est de 365 jours (moyens) 5 heures 48' 51". On nomme cette période, *l'année*.

(5) La terre a un mouvement de rotation autour d'un axe; cet axe ne change pas sensiblement de direction en une année; la révolution de la terre autour de son axe se fait en 23,9344 heures; on n'a encore observé aucune irrégularité dans ce mouvement.

(6) Chaque point de la surface de la terre décrit une courbe; la force à laquelle il est soumis à chaque instant est la résultante de deux autres forces, l'une parallèle à l'équateur terrestre, et l'autre parallèle à l'écliptique; on nomme *équateur terrestre* le grand cercle de la terre dont le plan est perpendiculaire à l'axe de la terre; on appelle *méridien* d'un lieu le grand cercle qui passe par ce lieu et par l'axe de la terre.

(7) Le plan de l'équateur solaire, ou du plan perpendiculaire à l'axe de rotation du soleil, fait avec le plan de l'écliptique un angle de  $7^{\circ} \frac{1}{2}$ .

(8) La lumière du soleil parcourt le rayon de l'écliptique en 8' 13", 3; dans le même temps, le centre de la terre parcourt sur l'écliptique un arc de 125" (division décimale) ou 20", 25 (division sexagésimale); d'où l'on conclut que la vitesse de la lumière est 10313 plus grande que celle du centre de la terre sur l'écliptique.

(9) Nous allons faire, pour l'explication des phénomènes d'optique dus au mouvement de la terre, trois hypothèses qui ne changent pas sensiblement ces phénomènes; nous supposons 1°. que la terre est une sphère parfaite, et que son centre décrit un cercle autour du soleil comme centre; 2°. que le soleil est à une assez grande distance de la terre, pour que, dans un instant donné, on puisse considérer tous les rayons de lumière qu'il envoie vers la terre, comme parallèles entre eux; 3°. enfin, que le centre de la terre est fixe, tandis que cette planète tourne autour de son axe; on suppose qu'après chaque révolution, le centre de la terre parcourt instantanément l'arc de l'écliptique, qu'il a réellement parcouru pendant la révolution entière; d'après cette dernière hypothèse, un point déterminé de la surface de la terre décrit toujours le même cercle autour de l'axe de la terre, tandis que cet axe est transporté parallèlement à lui-même, de manière que le point-milieu de cet axe parcourre l'écliptique.

## §. II.

### *De l'inégalité du Jour et de la Nuit.*

(10) Le centre de la terre parcourt dans une année le cercle de l'écliptique, et l'axe de la terre décrit dans le même temps une surface cylindrique, dont ce cercle est la base.

(11) Supposons l'axe de la terre projeté dans chacune de ses positions sur le plan de l'écliptique; toutes les droites projections de cet axe seront parallèles entre elles, et deux de ces droites seront tangentes au cercle de l'écliptique; considérons d'abord le centre de la terre dans l'un ou l'autre des points où l'écliptique est touché par ces deux droites, *le jour est alors pour tous les lieux de la terre de même durée que la nuit*. En effet, la ligne de séparation du jour et de la nuit est un grand cercle de la sphère terrestre, dont le plan est perpendiculaire à la droite qui unit le centre de la terre et le centre du soleil; or, le plan de ce grand cercle divise en deux parties égales l'équateur terrestre et tous ses parallèles: donc, quelle que soit la latitude d'un lieu, ou le parallèle sur lequel il est placé, ce parallèle sera divisé en deux parties égales par la ligne de séparation du jour et de la nuit: donc, pour un lieu quelconque, le jour est de même durée que la nuit; les deux époques de l'année auxquelles cette égalité a lieu se nomment *équinoxes*. Le centre de la terre, à ces deux époques, est placé aux points extrêmes d'un diamètre de l'écliptique; ces points se nomment *nœuds*, et le diamètre dont

ils sont les extrémités, *ligne des nœuds*; l'intersection du plan de l'écliptique et de l'équateur terrestre est constamment parallèle à cette ligne.

(12) L'axe de la terre, considéré dans une position quelconque, autre que celle qui correspond aux équinoxes, se projette sur le plan de l'écliptique, suivant une corde de ce cercle; ce grand cercle de séparation du jour et de la nuit se projette sur le même plan de l'écliptique, suivant la tangente à l'écliptique menée par le point milieu de l'axe de la terre, qui est le centre de cette planète; or, il est évident que le plan du grand cercle qui sépare le jour de la nuit, divise en parties égales l'équateur, et en parties inégales les parallèles à l'équateur; donc, pour tous les lieux situés sur l'équateur, le jour est constamment égal à la nuit, et pour les lieux situés sur un parallèle quelconque à l'équateur, le jour et la nuit sont inégaux; cette inégalité est à son *maximum* lorsque le centre de la terre arrive aux points de l'écliptique, pour lesquels la projection de l'axe de la terre sur l'écliptique se confond avec un diamètre de ce cercle; cette coïncidence a lieu deux fois dans l'année, à deux époques qu'on nomme *solstices*.

#### PROBLÈME.

Étant donnée la position de l'axe de la terre pour une époque déterminée de l'année, trouver le parallèle à l'équateur qui soit à cette époque la limite des parallèles en partie éclairés par le soleil et en partie dans l'ombre, en sorte qu'il soit lui-même tout entier dans l'ombre, ou tout entier dans le jour?

#### *Solution.*

(13) Le parallèle demandé, et le grand cercle de séparation du jour et de la nuit correspondant à l'époque déterminée, doivent évidemment avoir pour tangente commune la droite intersection des plans des deux cercles; car, si les deux cercles se coupoient, une partie du parallèle seroit dans la nuit et l'autre dans le jour; s'ils ne se coupoient pas et qu'ils ne fussent pas tangents, le parallèle ne seroit pas une limite suivant la condition du problème; donc, les deux cercles ont une tangente commune: d'où il suit qu'un cône droit qui a pour base le parallèle cherché et pour sommet le centre de la terre, est touché par le plan du cercle de séparation du jour et de la nuit; donc, si l'on fait tourner le plan de ce cercle autour de l'axe de la terre, l'enveloppe de l'espace parcouru par ce plan sera la surface d'un cône droit, qui a pour base le parallèle demandé; donc, l'inter-

section de ce cône et de la sphère terrestre sera le parallèle cherché. Prenant le rayon de l'écliptique pour le rayon des tables, le sinus de la latitude de ce parallèle a pour expression :

$$\sqrt{1 - \sin.^2 E \sin.^2 L}$$

$E$  étant l'inclinaison du plan de l'équateur terrestre par rapport à l'écliptique, et  $L$  la longitude du soleil.

*De la longitude du Soleil.*

(14) Considérant le rayon de la terre comme nul par rapport à la distance de cette planète au centre du soleil, un habitant quelconque de la terre ne peut voir le centre du soleil que dans la direction d'un rayon de l'écliptique; et comme il suppose qu'il est fixe au centre de l'écliptique, il se trompe sur la position réelle du soleil, il le voit dans le prolongement du rayon de l'écliptique qui unit les centres de la terre et du soleil, à une distance égale à ce rayon; d'où il suit que connoissant la position réelle du centre de la terre sur l'écliptique, tous les habitans de cette planète ne peuvent voir le soleil qu'à l'extrémité du diamètre de l'écliptique qui correspond à la position donnée du centre de la terre.

(15) A l'un des équinoxes, le centre de la terre est à une extrémité de la ligne des nœuds (11), et le lieu apparent du soleil est à l'autre extrémité de cette ligne; ce lieu apparent est l'origine des arcs de l'écliptique qu'on nomme *longitudes* du soleil; la longitude du soleil, un jour quelconque de l'année, est un arc de l'écliptique qui détermine pour ce jour le lieu apparent de cet astre; cet arc est égal et opposé à l'arc qui mesure l'angle que la ligne des nœuds fait avec le rayon de l'écliptique qui passe ce même jour par le lieu réel du centre de la terre.

Aux équinoxes, la longitude du soleil est  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ ; aux solstices, elle est égale à  $90^\circ$ ; l'expression du sinus trouvée art. 13, fait voir que pour ces valeurs de la longitude  $L$ , ce sinus devient  $0$  et  $\cos. E$ , comme il est facile de le vérifier sur une figure. Pour trouver l'expression générale de ce sinus, j'ai supposé l'axe de la terre projeté sur le plan du grand cercle de séparation du jour et de la nuit; l'angle de cette projection avec l'axe même est le complément de la latitude du parallèle à l'équateur, limite des parallèles qui sont tout entiers dans l'ombre de la terre ou dans la lumière du soleil. L'axe de la terre, la projection de l'axe de la terre sur le plan du grand cercle de séparation d'ombre et de lumière, la droite intersection de ce plan et du plan mené par l'axe de la terre perpendiculairement à l'écliptique, forment

une pyramide triangulaire, dont on connoît deux faces et l'angle compris ; la face opposée à ce dernier angle est le complément de la latitude du parallèle, dont on calcule le sinus par l'expression de l'article 13.

*Du lever et du coucher des Astres ; de leur passage au Méridien :*

(16) Tandis que la terre fait une révolution sur son axe, l'horizon d'un point quelconque de la surface de cette planète se meut ; et si on suppose le centre de la terre fixe pendant cette révolution, l'enveloppe de l'espace que l'horizon parcourt est un cône droit, dont l'axe se confond avec celui de la terre ; ce cône est le même pour tous les lieux situés sur un parallèle à l'équateur ; l'angle de l'une de ces arêtes avec l'axe de la terre est égal à la latitude du lieu auquel il correspond ; un astre se lève ou se couche pour un lieu donné sur la terre, lorsque le plan de l'horizon de ce lieu passe par l'astre.

(17) On nomme (5) *méridien* un plan qui passe par l'axe de la terre, tandis que la terre tourne sur son axe ; le méridien d'un lieu déterminé de cette planète tourne autour du même axe ; quel que soit l'angle compris entre ce méridien et un autre méridien passant par un astre qui est fixe ou mobile dans une orbite donnée, il y aura un instant où ces deux méridiens se confondront ; cet instant est celui du *passage* de l'astre au méridien du lieu déterminé de la surface de la terre.

P R O B L Ê M E.

Étant donnée la position d'un lieu sur la terre, et connoissant la position du centre de la terre sur l'écliptique, on demande l'instant du passage d'un astre fixe, tel que le soleil ou une étoile, au méridien du lieu dont la position est donnée ?

(18) La position d'un lieu étant donnée, l'enveloppe de l'espace que parcourt l'horizon de ce lieu, en tournant autour de l'axe de la terre, est déterminé ; donc si on mène par l'astre considéré comme un point deux plans tangens à ce cône, la position de ces deux plans détermine celle de l'horizon correspondant au lever et au coucher de l'astre.

(19) Les étoiles situées dans l'intérieur du cône droit (16) touché par l'horizon d'un lieu, sont toujours visibles de ce lieu ; celles qui sont situées dans l'intérieur du prolongement de ce cône sont toujours invisibles pour ce même lieu.

*De la hauteur des Astres.*

(20) La *hauteur* d'un astre est l'angle que l'horizon d'un lieu fait avec la droite menée de ce lieu au centre de l'astre; cette droite fait avec la verticale du même lieu un angle qui est le complément de la hauteur; à chaque révolution de la terre sur son axe, la verticale d'un lieu qui tourne autour de ce même axe engendre (9) un cône droit dont les arêtes font avec les droites menées du lieu qu'on considère, vers un astre, des angles qui sont les complémens des hauteurs variables de cet astre.

*De la Longitude et de la Latitude d'un Astre; de son Ascension droite, et de sa Déclinaison.*

(21) Si par la ligne des nœuds (11) on conçoit un plan parallèle à l'équateur terrestre, et dans ce plan un cercle de même centre que l'écliptique, on nomme ce dernier cercle *équateur céleste*: ces deux cercles se coupent en deux points, qu'on appelle *nœuds* (11). Chacun d'eux a un axe, c'est-à-dire une droite passant par le centre du cercle, perpendiculaire au plan qui contient ce cercle.

(22) Un astre étant donné, on mène par cet astre et par les axes de l'écliptique et de l'équateur céleste deux plans, qui coupent ces cercles chacun en un point: l'arc compris entre le point de l'écliptique et un des nœuds est la *longitude* de l'astre; l'arc compris entre le point de l'équateur et le même nœud en est l'*ascension droite*; l'angle que la droite menée par l'astre et le centre de l'écliptique fait avec le plan de ce cercle se nomme *latitude*; l'angle que cette même droite fait avec le plan de l'équateur céleste s'appelle *déclinaison*. Les angles que cette même droite fait avec les axes de l'écliptique et de l'équateur céleste, sont les complémens de la latitude et de la déclinaison.

*Du Mouvement apparent d'un point déduit du Mouvement réel de ce point; et des Mouvements réels et apparens de l'œil d'un spectateur.*

(23) Un point se meut sur une courbe, et l'œil d'un spectateur qui l'observe parcourt en même temps une autre courbe; les positions correspondantes de l'œil et du point sur ces deux courbes étant données, désignons-les par les lettres *a* et *b*,

$a'$  et  $b'$ ,  $a''$  et  $b''$ , etc., ensorte que l'œil du spectateur soit aux points  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$ ; etc., tandis que le point mobile se trouve en  $b$ ,  $b'$ ,  $b''$ , etc. sur la ligne qu'il parcourt : et représentons par  $ab$ ,  $a'b'$ ,  $a''b''$  les droites qui unissent deux à deux les points correspondans des deux courbes  $a a' a''$ ....,  $b b' b''$ , etc.; le système de ces droites appartient à une surface courbe qui est évidemment le lieu du mouvement réel du point observé et de l'œil de l'observateur considéré comme un autre point : le mouvement apparent de l'œil étant connu, nommons  $c$ ,  $c'$ ,  $c''$ , ses positions apparentes correspondantes aux positions réelles  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$ ....; ayant mené par les points  $c$ ,  $c'$ ,  $c''$ .... des droites égales et parallèles aux droites  $ab$ ,  $a'b'$ ,  $a''b''$ , la courbe qui unit les extrémités  $d$ ,  $d'$ ,  $d''$ .... de ces parallèles est la courbe demandée; c'est sur cette courbe  $d d' d''$ .... que le point qui décrit réellement la ligne  $b b' b''$ ...., paroît se mouvoir.

(24) Lorsque le spectateur suppose qu'il est en repos, la courbe  $c c' c''$ .... se réduit à un point; la surface formée des lignes droites  $cd$ ,  $c'd'$ ,  $c''d''$ .... devient un cône, et la courbe  $d d' d''$  décrit en apparence par le point mobile, est une ligne tracée sur la surface de ce cône.

(25) Les mouvemens réel et apparent de l'œil d'un spectateur restant les mêmes, supposons qu'un second point mobile, vu en même temps que le premier, décrive une courbe  $B$ ,  $B'$ ,  $B''$ .... On formera deux nouvelles surfaces, l'une composée des droites  $aB$ ,  $a'B'$ ,  $a''B''$ ...., l'autre des droites  $cD$ ,  $c'D'$ ,  $c''D''$ ...., la première est le lieu des courbes réellement décrites  $a a' a''$ ....,  $B B' B''$ .... par l'œil de l'observateur et par le point observé; la deuxième contient les courbes  $c c' c''$ ....,  $D D' D''$ .... du mouvement apparent de ces mêmes points; quel que soit l'angle réellement compris entre les droites  $ab$ ,  $aB$  dirigées de l'œil du spectateur vers les deux points  $b$  et  $B$ , l'angle apparent de ces mêmes droites est compris entre leurs parallèles  $cd$ ,  $cD$ ; donc, quel que soit le mouvement réel et apparent de deux points et de l'œil d'un spectateur qui les observe, les angles apparens des rayons visuels dirigés en même temps vers ces points, sont égaux aux angles réels formés par ces mêmes rayons.

*Du Mouvement apparent du Soleil, considéré comme un point lumineux.*

(26) La droite qui unit le centre de la terre et celui du soleil, fait avec l'axe de la terre un angle qui dépend de la position du centre de la terre sur l'écliptique; nommons cet angle  $D'$  :

comme on suppose (9) que le centre de la terre est fixe pendant une révolution entière de cette planète, l'angle  $D'$  correspondant à cette révolution ne change pas de grandeur : donc si un habitant de la terre se croit transporté au centre de l'écliptique, l'angle que la parallèle à l'axe de la terre menée par ce centre fait avec la droite dirigée vers le lieu apparent du soleil doit être (23) égal à l'angle  $D'$  ; donc le soleil paroît se mouvoir sur un cône droit, dont toutes les arêtes font avec la parallèle à l'axe de la terre menée par le centre de l'écliptique, un angle constant  $D'$ , égal au complément de la déclinaison du soleil (22). La ligne qu'il paroît décrire sur ce cône est un cercle ; car les distances réelle et apparente du centre de la terre au centre du soleil sont égales entre elles, et toutes égales au rayon de l'écliptique ; donc la ligne du mouvement apparent du soleil, un jour quelconque de l'année, est un cercle situé sur un cône droit dont l'arête fait avec l'axe de la terre un angle qui est le complément de la déclinaison du soleil correspondante à ce jour.

(27) La verticale d'un lieu quelconque de la terre décrit (20) un cône droit dont l'arête fait avec l'axe de la terre un angle constant qui est le complément de la latitude de ce lieu, et le rayon de l'écliptique qui unit les centres de la terre et du soleil, un jour quelconque de l'année, fait avec cette verticale un angle variable : quel que soit cet angle, l'observateur qui se croit placé au centre de l'écliptique, doit le voir (23) dans sa véritable grandeur, et c'est ce qui arrivera d'après ce qui vient d'être dit sur le mouvement apparent du soleil ; car, soit qu'une verticale paroisse immobile par rapport à l'axe de la terre, tandis que le rayon de l'écliptique qui joint les centres de la terre et du soleil paroît mobile, ou que ce rayon soit fixe par rapport à l'axe de la terre, tandis que la verticale tourne autour de cet axe, l'angle de la verticale et du rayon variera de la même manière dans l'une ou l'autre hypothèse.

(28) Quelle que soit la position d'un lieu sur la terre, l'habitant de ce lieu se croira immobile au centre d'une sphère céleste d'un rayon indéterminé ; son méridien, sa verticale, et l'axe de la terre contenus dans le plan de ce méridien lui paroîtront fixes ; le soleil lui paroîtra décrire dans l'année des cercles parallèles à l'équateur céleste ; les projections de ces cercles sur le méridien sont des lignes droites parallèles à l'intersection de ce méridien et de l'équateur céleste ; l'arc du méridien compris entre cette intersection et la projection d'un cercle décrit en apparence par le soleil un certain jour de l'année, est la mesure de la déclinaison (22) du soleil correspondante à ce jour-là ; la limite de cet arc est de

$23^{\circ} 27' 42'' 3$  ( an 1810 ), qui est la plus grande déclinaison australe ou boréale du soleil.

(29) Ayant à construire un cadran pour un lieu déterminé de la terre, on prend pour l'un des plans de projection à l'aide desquels on détermine les lignes horaires et les lignes de déclinaison de ce cadran, le plan du méridien de ce lieu; tous ces cercles décrits en apparence par le soleil s'y projetant (28) en lignes droites parallèles entr'elles, on considère ces cercles comme les bases de cônes droits qui ont leur sommet au centre de la terre, et les intersections de ces cônes avec la surface du cadran déterminent les lignes de déclinaison, c'est-à-dire les lignes qui indiquent sur le cadran la déclinaison du soleil. Cet exemple est un de ceux qui font voir que le choix des plans de projections pour la solution d'un problème de géométrie, est aussi important que celui des coordonnées pour la solution d'un problème d'analyse.

( Suit la deuxième leçon de Gnomonique. )

## Solutions de deux Problèmes de Géométrie.

Par M. FRANÇAIS, Officier du Génie.

### PREMIER PROBLÈME.

Construire une sphère tangente à quatre sphères données de grandeur et de position. ( Voyez la solution géométrique de ce problème, 1<sup>er</sup>. vol. de la Correspondance, pag. 27. ) 27

#### Solution.

Soient  $r, r', r'', r'''$ , les rayons des quatre sphères données, et  $2a, 2b, 2c$  les distances du centre de la première sphère aux centres des trois autres; soient de plus  $R$  le rayon de la sphère cherchée, et  $\rho, \rho', \rho'', \rho'''$ , les distances de son centre à ceux des quatre sphères données.

Cela posé, on aura :

$$(1) \quad R+r=\rho, \quad R+r'=\rho', \quad R+r''=\rho'', \quad R+r'''=\rho''''.$$

Ces quatre équations avec leurs doubles figures fournissent seize combinaisons différentes, et autant de solutions du problème. Nous nous bornerons au cas des figures supérieures, les autres se traiteront de la même manière.

En retranchant la première de ces équations des trois autres ; on obtient :

$$r - r' = \rho' - \rho, \quad r - r'' = \rho'' - \rho, \quad r - r''' = \rho''' - \rho ;$$

ou en faisant, pour abréger

$$(1) \quad r - r' = 2d, \quad r - r'' = 2d', \quad r - r''' = 2d'',$$

$$(2) \quad \rho' = \rho + 2d, \quad \rho'' = \rho + 2d', \quad \rho''' = \rho + 2d''.$$

Mais on a d'un autre côté :

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \rho'^2 = \rho^2 + 4a^2 - 4a\rho \cos(\rho, a), \\ \rho''^2 = \rho^2 + 4b^2 - 4b\rho \cos(\rho, b), \\ \rho'''^2 = \rho^2 + 4c^2 - 4c\rho \cos(\rho, c). \end{array} \right.$$

Égalant ces valeurs aux carrés des équations (2), on trouve :

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \rho \{ a \cos(\rho, a) + d \} = a^2 - d^2, \\ \rho \{ b \cos(\rho, b) + d' \} = b^2 - d'^2, \\ \rho \{ c \cos(\rho, c) + d'' \} = c^2 - d''^2. \end{array} \right.$$

Ces trois équations représentent trois hyperboloïdes de révolution à deux nappes, ayant un foyer commun au centre de la première sphère donnée, et pour axes de révolution les droites joignant le centre de cette sphère à ceux des trois autres.

$d, d', d''$  sont les demi-premiers axes de ces hyperboloïdes, et  $a, b, c$ , les distances de leurs centres aux foyers. Les intersections communes de ces trois surfaces donnent la solution du problème. Mais nous allons voir qu'on n'a pas besoin de construire ces hyperboloïdes, et que la construction du problème peut s'exécuter avec la règle et le compas.

En effet, en éliminant  $\rho$  entre les équations (4), on obtient les trois équations suivantes, dont deux quelconques comportent la troisième :

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) \cos(\rho, a) - \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) \cos(\rho, b) = \frac{d'}{b} \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) - \frac{d}{a} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) \\ \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) \cos(\rho, b) - \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) \cos(\rho, c) = \frac{d''}{c} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) - \frac{d'}{b} \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) \\ \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) \cos(\rho, c) - \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) \cos(\rho, a) = \frac{d}{a} \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) - \frac{d''}{c} \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) \end{array} \right.$$

Chacune de ces équations représente un cône droit, ayant son sommet au centre de la première sphère donnée. Leurs intersections deux à deux fourniront deux droites, qui détermineront deux positions différentes de  $\rho$ . Nous allons indiquer la construction du cône représenté par la première de ces équations; celle des autres se fera de la même manière. Nous prendrons pour axes des coordonnées  $x y z$ , les droites  $a, b, c$ , dans leur position donnée, et les coordonnées d'un point quelconque seront parallèles à ces droites. Cela posé, voici la construction de la première des équations (5) (fig. 1, pl. I).

Je prends sur l'axe des  $x$  une distance  $AP = \frac{b^2 - d'^2}{b}$ , et sur celui des  $y$ ,  $AQ = \frac{a^2 - d^2}{a}$ , qui sont les coordonnées du point  $M$ ; par ce point et par l'origine, je mène la droite  $AM$ , qui est l'axe du cône cherché. Sur  $AM$ , comme diamètre, je décris une demi-circonférence sur laquelle je porte la corde  $AB = \frac{d'}{b} \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) - \frac{d}{a} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right)$ : la droite  $AB$  est la génératrice qui en tournant autour de  $AM$ , engendra le cône représenté par la première des équations (5).

Les axes des deux autres cônes se trouvent l'un dans le plan des  $yz$ , et l'autre dans celui des  $xz$ . Les génératrices se déterminent comme dans l'exemple précédent.

Les intersections de deux de ces cônes sont aisées à obtenir par la règle et le compas.

On trouve deux solutions pour la position de  $\rho$ , parce que les équations (2) sont les mêmes, au signe près, soit qu'on prenne tous les signes supérieurs dans les équations (1), soit qu'on prenne les signes inférieurs. Mais comme nous n'avons employé que les carrés desdites équations (2), qui comprennent l'un et l'autre signe, il s'ensuit que nous avons dû obtenir la solution des deux cas.

$\rho$  étant déterminé de position,  $\cos(\rho, a)$ ,  $\cos(\rho, b)$  et  $\cos(\rho, c)$  sont connus: une quelconque des équations (4) donnera donc immédiatement la longueur absolue de cette droite, et par suite celle du rayon  $R$ .

On peut remplacer, dans la construction précédente, un des deux cônes par un plan passant par l'origine; car une combinaison quelconque des équations (5) pouvant remplacer une d'entre elles, on peut multiplier la première par  $\frac{d''}{c}$ , la seconde

par  $\frac{d}{a}$ , et la troisième par  $\frac{d'}{b}$ , , et les ajouter membre à membre : on aura par ce moyen

$$(6) \left\{ \begin{aligned} & \cos(\rho, a) \left\{ \frac{d''}{c} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) - \frac{d'}{b} \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) \right\} \\ & + \cos(\rho, b) \left\{ \frac{d}{a} \left( \frac{c^2 - d''^2}{c} \right) - \frac{d''}{c} \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) \right\} \\ & + \cos(\rho, c) \left\{ \frac{d'}{b} \left( \frac{a^2 - d^2}{a} \right) - \frac{d}{a} \left( \frac{b^2 - d'^2}{b} \right) \right\} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Cette équation est celle d'un plan qui passe par l'origine, et qui peut remplacer un des cônes (5). En la représentant, pour abréger, par

$$(A) \quad l \cos(\rho, a) + m \cos(\rho, b) + n \cos(\rho, c) = 0,$$

faisant :

$k^2 = l^2 + m^2 + n^2 + 2lm \cos(a, b) + 2ln \cos(a, c) + 2mn \cos(b, c)$ ,  
et représentant par  $(A, ab)$ ,  $(A, ac)$ ,  $(A, bc)$  les angles que ce plan fait avec les trois plans coordonnés, on aura :

$$\cos(A, bc) = \frac{l \sin(a, bc)}{k},$$

$$\cos(A, ac) = \frac{m \sin(b, ac)}{k},$$

$$\cos(A, ab) = \frac{n \sin(c, ab)}{k}.$$

Ce plan est donc entièrement déterminé de position : son intersection avec un des cônes (5) fournira les deux directions de  $\rho$ .

Le problème est ainsi entièrement résolu, et (je me plais à le croire) de la manière la plus simple.

#### DEUXIÈME PROBLÈME.

Déterminer le volume de l'onglet conique, provenant de l'intersection d'un cône droit par un plan donné.

*Solution.*

La figure 2, planche I, représente les projections horizon-



Fig. 2.

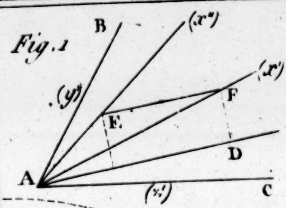


Fig. 1

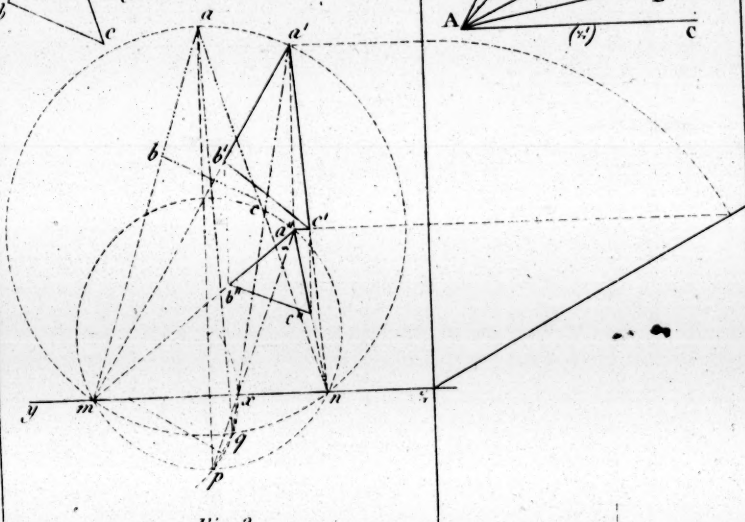


Fig. 3.

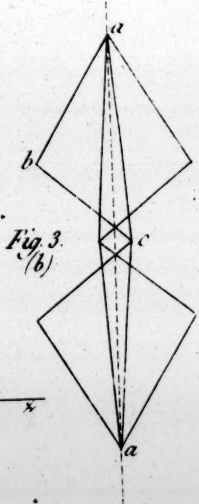


Fig. 3.  
(b)

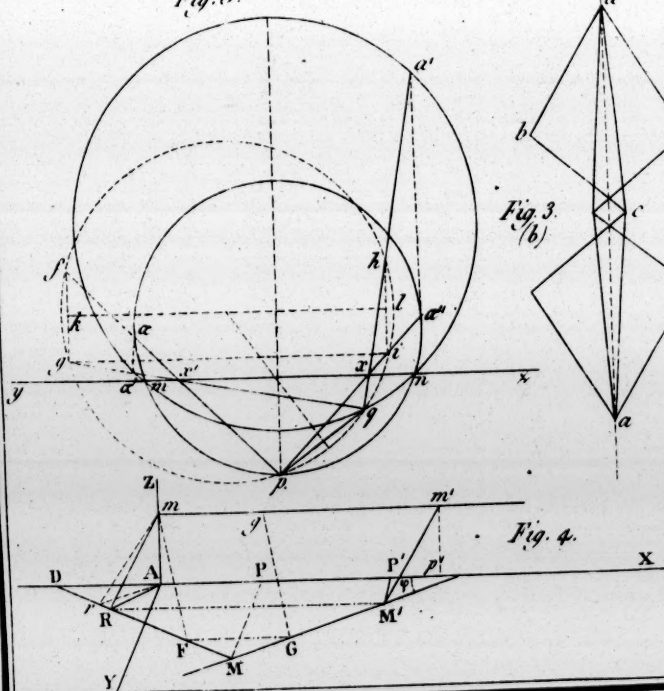
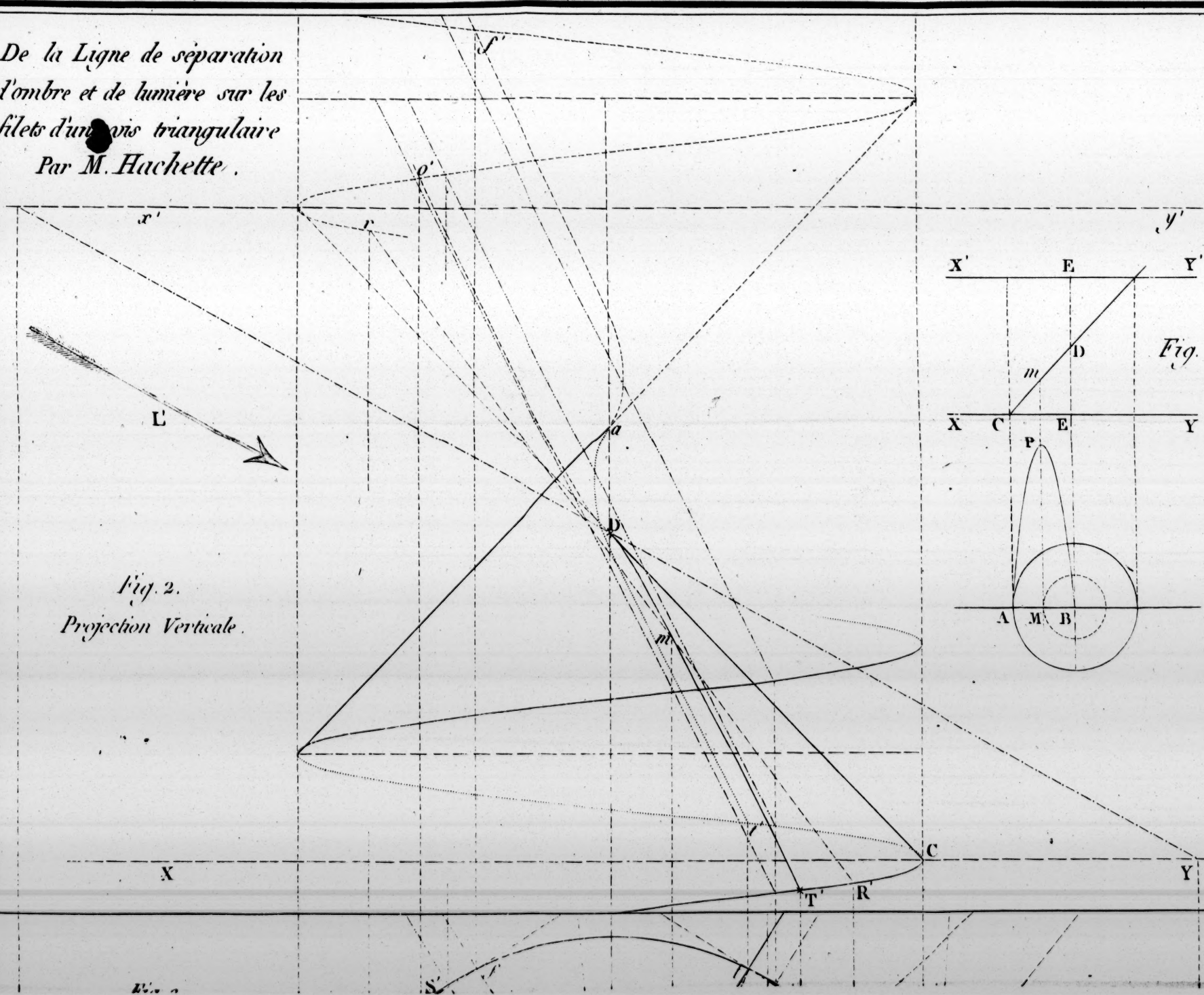
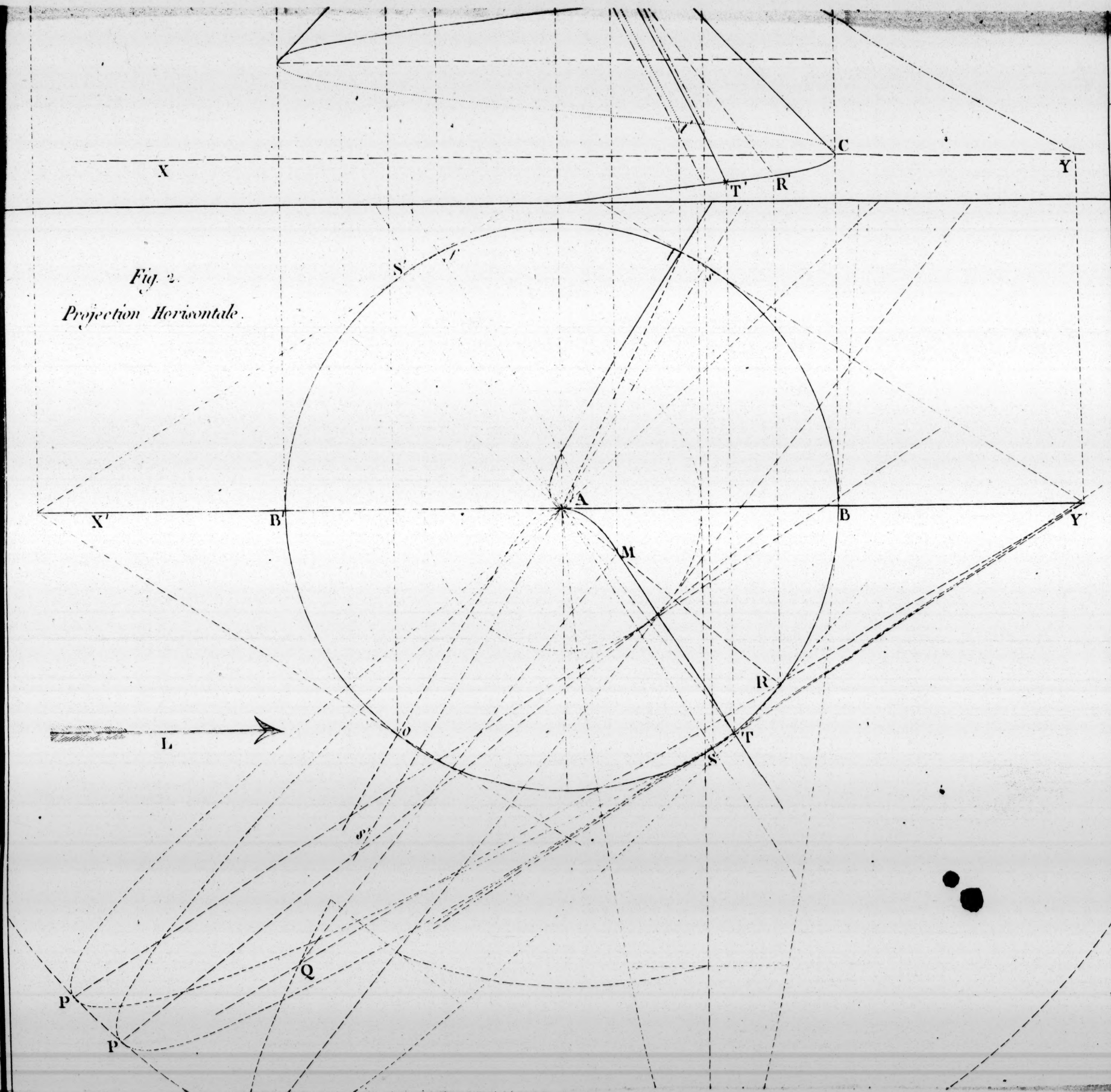


Fig. 4.

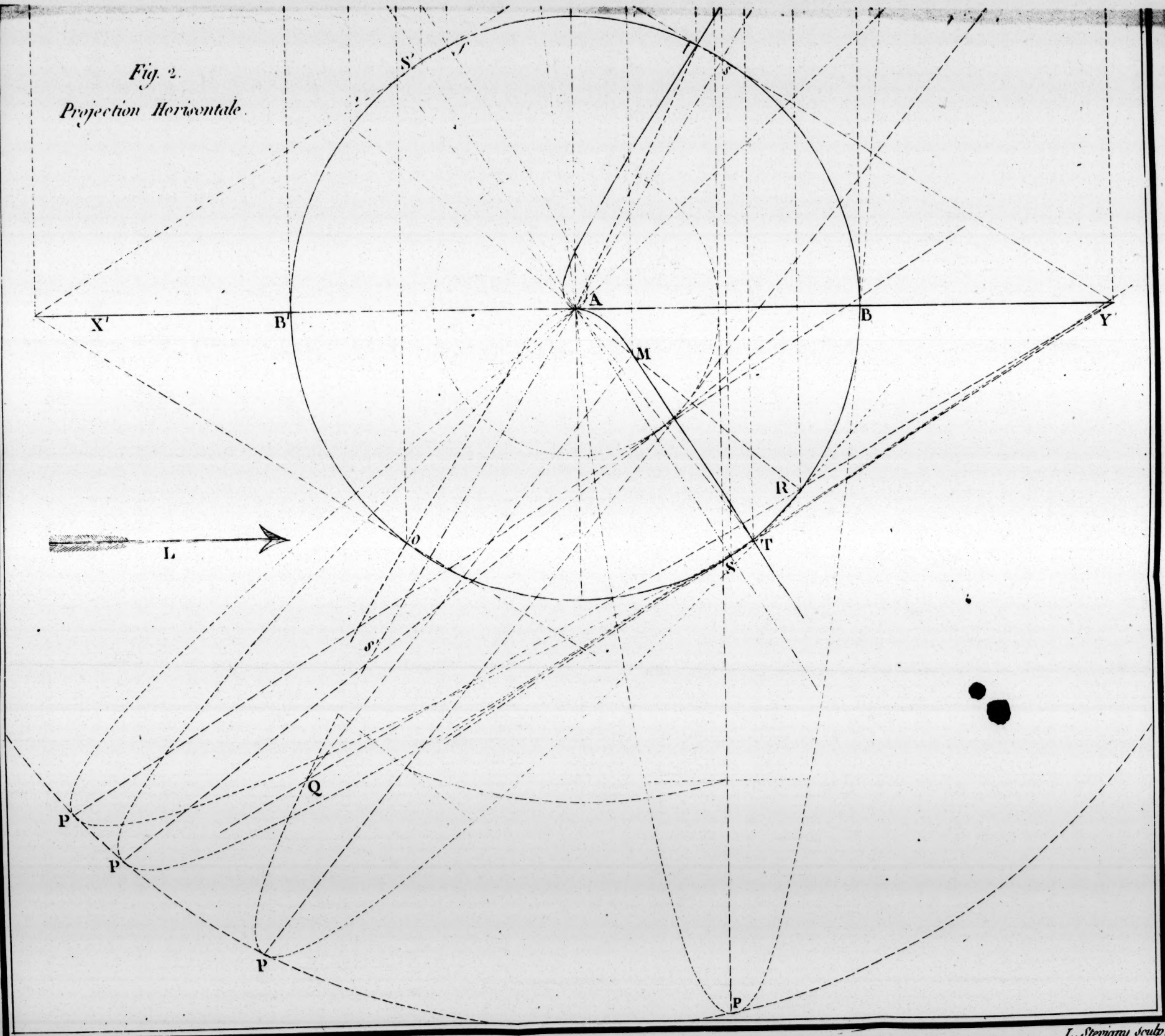
De la Ligne de séparation  
 d'ombre et de lumière sur les  
 filets d'un vis triangulaire  
 Par M. Hachette.



*Fig. 2.*  
*Projection Horizontale.*



*Fig. 2.*  
*Projection Horizontale.*



ver  
l'in  
la

$\frac{1}{m}$   
 $n$   
et

l'o  
de

on  
do  
et  
et

au  
on

do

$\int(\phi$

verticale du cône et de l'onglet enlevé par le plan  $de$ ;  
l'intersection du cône par ce plan a pour projection horizontale  
la courbe  $DE D'$ .

Soient  $r$  le rayon de la base du cône ,

$\frac{1}{m}$  la tangente de l'angle  $acb$  que la génératrice fait avec l'axe,  
 $n$  la tangente de l'angle  $deg$  que le plan coupant fait avec l'axe,  
et  $a$  l'angle  $DCB$ , de sorte que l'arc  $DBD'$  soit  $= 2ra$ .

Supposons une section horizontale faite dans le cône et dans  
l'onglet par un plan  $k i$ , la projection horizontale de la section  
de l'onglet sera  $HLIL'H$ , et sa projection verticale  $li$ .

Soit  $ck = z$ ,  $ki = CI = CL = x$ ,  $LCI = \phi$ ;

on aura :  $z = mx$ ,  $x \cos \phi + n(mr - z) = r \cos a$ ,

donc  $x = r(\cos a - mn) : \cos \phi - mn$

et  $dx = \frac{r \sin \phi d\phi (\cos a - mn)}{(\cos \phi - mn)^2}$ ,

et par conséquent

$$dz = \frac{mr \sin \phi d\phi (\cos a - mn)}{(\cos \phi - mn)^2}$$

Cela posé, en représentant par  $v$  le volume de l'onglet, on  
aura  $dv = HLIL'H \cdot dz$ ;

or, on a

$$HLIL'H = x^2 (\phi - \sin \phi \cos \phi),$$

donc  $dv = mr^3 (\cos a - mn)^3 \cdot \frac{(\phi - \sin \phi \cos \phi) \sin \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^4}$

Il ne s'agit plus que d'intégrer cette équation.

Or, on a

$$\begin{aligned} \int \frac{(\phi - \sin \phi \cos \phi) \sin \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^4} &= \frac{1}{3} \frac{(\phi - \sin \phi \cos \phi)}{(\cos \phi - mn)^3} - \frac{1}{3} \int \frac{2 \sin^2 \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^3} \\ \int \frac{2 \sin^2 \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^3} &= \frac{\sin \phi}{(\cos \phi - mn)^2} \int \frac{\cos \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^2}; \\ \int \frac{\cos \phi d\phi}{(\cos \phi - mn)^2} &= \frac{1}{1 - m^2 n^2} \left\{ \frac{mn \sin \phi}{\cos \phi - mn} + \int \frac{d\phi}{\cos \phi - mn} \right\}; \\ \int \frac{d\phi}{\cos \phi - mn} &= \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 n^2}} \text{Log} \left\{ \frac{1 + \tan \frac{1}{2} \phi \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}}{1 - \tan \frac{1}{2} \phi \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}} \right\}. \end{aligned}$$

En faisant la substitution successive de ces valeurs, on obtient, en observant qu'on n'a pas besoin d'ajouter des constantes à ces intégrales, qui disparaissent avec  $\phi$ ,

$$\int dv = \frac{1}{3} mr^3 (\cos \alpha - mn)^3 \left[ \frac{\phi - \sin \phi \cos \phi}{(\cos \phi - mn)^3} - \frac{\sin \phi}{(\cos \phi - mn)^2} + \frac{1}{1 - m^2 n^2} \left\{ \frac{mn \sin \phi}{\cos \phi - mn} + \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 n^2}} \cdot \text{Log.} \left( \frac{1 + \tan \frac{1}{2} \phi \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}}{1 - \tan \frac{1}{2} \phi \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}} \right) \right\} \right]$$

Cette intégrale devant être prise depuis  $\phi = 0$ , jusqu'à  $\phi = \alpha$ , pour avoir le volume total de l'onglet, ce volume devient

$$(a) \quad v = \frac{1}{3} mr^3 \left[ \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha (\cos \alpha - mn) + \left( \frac{\cos \alpha - mn}{\sqrt{1 - m^2 n^2}} \right)^2 mn \sin \alpha - \left( \frac{\cos \alpha - mn}{\sqrt{1 - m^2 n^2}} \right)^3 \text{Log.} \left\{ \frac{1 + \tan \frac{1}{2} \alpha \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}}{1 - \tan \frac{1}{2} \alpha \cdot \sqrt{\frac{1 + mn}{1 - mn}}} \right\} \right]$$

Lorsqu'on a  $n = 0$ , le plan coupant devient parallèle à l'axe, et l'expression du volume se réduit à

$$v = \frac{1}{3} mr^3 \left\{ \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^3 \alpha \text{Log.} \left( \frac{1 + \tan \frac{1}{2} \alpha}{1 - \tan \frac{1}{2} \alpha} \right) \right\} \\ = \frac{1}{3} mr^3 \left\{ \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^3 \alpha \cdot \text{Log.} (45^\circ + \frac{1}{2} \alpha) \right\}.$$

Cette dernière expression donne la solution d'un problème de fortification souterraine, en fournissant le volume de la pénétration des entonnoirs de deux fourneaux de mines accolés. L'expression de ce volume n'avoit pas encore été donnée sous une forme finie.

Nous pourrions examiner ici les différentes modifications de signes que doit subir l'équation (a) selon les différentes inclinaisons du plan coupant, et selon que l'onglet comprend, ou non, le sommet du cône : mais cette recherche est trop facile pour mériter de trouver place dans cette solution. Nous observerons seulement que lorsqu'on a  $1 - m^2 n^2 = 0$ , (ce qui donne les deux cas où la section est une parabole) la formule (a) est en défaut, et ne donne plus le volume de l'onglet. Dans ces

deux cas il faut substituer la valeur de  $mn$ , dans l'expression de  $dv$ , et l'intégrer; ce qui fournit les deux valeurs suivantes :

$$v = \frac{1}{3} mr^3 (a - \sin a \cos a - \frac{2}{3} \sin^3 a),$$

$$v = \frac{1}{3} mr^3 (a - \sin a \cos a + \frac{2}{3} \sin^3 a).$$

La première a lieu pour le cas où l'onglet ne comprend pas le sommet du cône, et la seconde pour celui où il comprend ce sommet.

*Autre manière de déterminer la Ligne de séparation d'ombre et de lumière sur le Filet d'une Vis triangulaire. (Voyez la pag. 13 de ce vol. n°. 1.)*

Par M. FRANÇAIS, Capitaine du Génie.

La solution de ce problème repose sur une propriété qu'ont les hélices qui composent le filet de la vis. La surface de ce filet peut être considérée comme composée d'une infinité d'hélices, ayant le même pas, et ayant pour projections sur un plan perpendiculaire à l'axe, des circonférences de cercles concentriques, dont les rayons augmentent depuis zéro jusqu'à celui de l'hélice extrême. Les tangentes des angles que ces hélices font avec une parallèle à l'axe sont proportionnelles à ces rayons. Il suffit donc de connoître le rapport de cette proportion (rapport qui est donné immédiatement, dans chaque cas particulier, par le pas de la vis et son rayon) et l'angle qu'une hélice fait avec une parallèle à l'axe, pour déterminer son rayon, et par conséquent sa position sur le filet de la vis.

Cela posé, cherchons le point de séparation d'ombre et de lumière sur la droite génératrice de la vis, dans une position donnée. Si par cette droite on mène un plan parallèle au rayon de lumière, il sera tangent au filet de la vis, au point de séparation d'ombre et de lumière de cette génératrice. Si l'on conçoit l'hélice passant par ce point, ainsi que le cylindre droit contenant cette hélice, et qu'on mène par ce point un plan tangent au cylindre, l'intersection de ce plan avec celui qui passe par la génératrice, et qui est parallèle au rayon de lumière, donnera la tangente à l'hélice au point de séparation d'ombre et de lumière, et par conséquent l'angle que l'hélice, passant par ce point, fait avec une parallèle à l'axe. Mais pour avoir cet angle, on n'a pas besoin de connoître la position de cette hélice, ce qui est la

chose en question ; car les plans tangens à tous les cylindres aboutissant à une même génératrice , sont parallèles entr'eux , et perpendiculaires à la projection de la génératrice sur un plan perpendiculaire à l'axe. Leurs intersections avec le plan parallèle au rayon de lumière seront donc des droites parallèles , et également propres à déterminer l'angle en question. Menons donc par un point quelconque de la génératrice un plan perpendiculaire à la projection de cette génératrice sur un plan perpendiculaire à l'axe : l'intersection de ce plan avec celui parallèle au rayon de lumière mené par la génératrice , nous donnera une droite qui fera avec une parallèle à l'axe le même angle que l'hélice cherchée , fig. 2 , planche I.

Connoissant cet angle , on a par la propriété que nous avons énoncée d'abord , la position de l'hélice et la solution du problème.

La détermination de l'hélice , par la connoissance de l'angle qu'elle fait avec une parallèle à l'axe , peut se faire par cette construction très-simple.

Par *A* on mène deux perpendiculaires *AB* , *AC* ; on fait *AC* égal au pas de la vis , et *AB* égal au développement de la circonférence de la projection de l'hélice extrême ; *CB* sera le développement de cette hélice. On fera *AD* égal au rayon de la projection de l'hélice extrême ; on abaissera la perpendiculaire *DE* , et on menera la parallèle *GE*. Cela posé , soit *ACm* l'angle que l'hélice cherchée fait avec une parallèle à l'axe , on aura *Gn* égal au rayon du cylindre qui contient l'hélice cherchée. Je pense que cette construction est assez évidente , pour n'avoir pas besoin de démonstration.

*N.B.* La même méthode est applicable à la détermination du contour apparent. Il suffit de faire passer un plan par la génératrice donnée et par l'œil , au lieu de le faire parallèle au rayon de lumière.

---

### *Proposition de Géométrie ,*

J'ai publié , dans le premier volume de la Correspondance , page 179 , le théorème suivant : « Si entre deux droites fixes et qui se coupent , on fait mouvoir deux plans rectangulaires , la surface engendrée par la droite intersection des deux plans mobiles , est un cône qui a le même sommet que l'angle des deux droites fixes , et qui a pour base un cercle dont le plan est perpendiculaire à l'une ou à l'autre de ces droites. »

M. Binet ( J. ), répétiteur de géométrie descriptive, a trouvé une proposition plus générale, qu'on peut énoncer ainsi :

« Si entre deux droites fixes, et situées d'une manière quelconque dans l'espace, on fait mouvoir deux plans rectangulaires, la surface engendrée par la droite intersection des deux plans mobiles est un *hyperboloïde à une nappe* (Voyez pag. 32 du Traité des Surfaces du second Degré; par MM. Monge et Hachette).

Quelles que soient les deux droites fixes, on peut prendre les plans des coordonnées, de telle manière que les équations de ces droites soient

$$\text{pour la première } \begin{cases} y = ax, & z = c. \end{cases}$$

$$\text{pour la seconde } \begin{cases} y = -ax, & z = -c. \end{cases}$$

Les équations des plans qui passent par ces droites sont :

$$z = -Kax + Ky + c.$$

$$z = K'ax + K'y - c$$

$K$  et  $K'$  étant deux indéterminées; or, si on suppose les deux plans rectangulaires, on aura l'équation de condition :

$$KK'(1 - a^2) + 1 = 0.$$

Substituant dans cette équation pour  $K$  et  $K'$  leurs valeurs tirées des équations des plans, l'équation de la surface engendrée par la droite intersection des deux plans rectangulaires sera :

$$(E) \quad a^2 x^2 + z^2 (a^2 - 1) - y^2 = c^2 (a^2 - 1), \text{ ou :}$$

$$(E) \quad y^2 + z^2 (1 - a^2) - a^2 x^2 = c^2 (1 - a^2).$$

Lorsque  $a$  est plus grand que 1, la section principale elliptique est dans le plan des  $xz$ ; lorsqu'il est plus petit que 1, cette section principale est dans le plan des  $yz$ .

En comparant l'équation (E) à l'équation générale de l'hyperboloïde à une nappe :

$$Lx^2 + Mz^2 - Ny^2 = 1$$

on voit que la surface de l'équation (E) est moins générale; car on a l'équation de condition :

$$L = M + N.$$

HC.

*Démonstration d'un Théorème de M. HACHETTE,  
sur les Surfaces engendrées par une Ligne droite ;*

Par M..... Élève de l'École Polytechnique.

*Théorème.*

Quelle que soit la surface engendrée par une droite, et dans quelle que position qu'on considère sa génératrice, elle pourra être touchée, le long de cette génératrice, par une infinité de surfaces du second degré, du genre de celles qu'on a nommées *hyperboloïdes à une nappe*.

Je prends une droite génératrice située d'une manière quelconque, ses équations seront :

$$x = az + \phi(a), \quad y = \psi(a)z + \pi(a).$$

Je vais faire voir que si l'on prend une droite arbitraire dans l'espace, l'on pourra toujours faire passer par cette droite une surface du second degré tangente à la surface donnée, le long de la génératrice que l'on considère.

Pour cela, soient  $x, y, z$ , les coordonnées d'un point pris sur cette génératrice ; l'équation du plan tangent en ce point sera :

$$z' - z = p(x' - x) + q(y' - y);$$

Prenant pour axe des  $z$  la droite arbitraire, le plan tangent viendra la rencontrer en un point pour lequel on aura :

$$x' = 0, y' = 0, z' = z - px - qy;$$

Joignant ce point avec le point de contact, on aura une droite qui sera évidemment tangente à la surface donnée au point  $x, y, z$ , et qui s'appuyera sur la droite arbitraire ; ses équations seront :

$$y' = \frac{y}{x}x' \text{ et } x' - x = \frac{x}{px + qy}(z' - z)$$

Si je puis entre ces deux équations et celles de la génératrice éliminer  $x, y, z$ , j'aurai une équation qui sera le lieu de toutes les droites tangentes à la surface donnée le long de sa génératrice, et qui s'appuyent sur la droite arbitraire ; la surface qu'elle représentera sera par cela même tangente à la surface donnée le long de sa génératrice. Il s'agit de faire voir que cette surface est du deuxième degré.

L'on a trouvé pour  $p$  et  $q$  (*pag.* 50 du *cours d'analyse appliquée à la géométrie*), les valeurs suivantes :

$$p = \frac{z\psi' + \pi'}{a(z\psi' + \pi') - (z + \phi')\psi}, q = \frac{-(z + \phi')}{a(z\psi' + \pi') - (z + \phi')\psi}$$

et de plus :  $a p + q \psi = 1$

La deuxième équation de la tangente donne :

$$p x + q y = \frac{x}{x'}(z' - z + p x + q y)$$

et en vertu des équations précédentes, et de celles de la génératrice, sur laquelle le point  $x, y, z$ , est situé, on a :

$$p x + q y = z + p \phi + q \pi$$

et

$$p \phi + q \pi = \frac{A z + C}{B z + D}$$

En faisant, pour abréger :

$\phi \psi' - \pi = A, \phi \pi' - \phi' \pi = C, a \psi' - \psi = B, a \pi' - \phi' \psi = D$ ;  
substituant ces valeurs, il vient :

$$B z^2 + (A + D) z + C - \frac{x}{x'}((B z' + A) z + D z' + C) = 0$$

Mais l'équation  $y' = \frac{y}{x} x'$  donne :  $y' = \frac{z \psi' + \pi}{a z + \phi} x'$

d'où

$$z = \frac{x' \pi - y' \phi}{a y' - x' \psi}$$

et par conséquent

$$x = a z + \phi = - \frac{x'(\phi \psi - a \pi)}{a y' - x' \psi}$$

d'où

$$- \frac{x'}{x} = \frac{\phi \psi - a \pi}{a y' - x' \psi}$$

mettant pour  $z$  et  $-\frac{x}{x'}$  leurs valeurs dans l'équation, il vient, en chassant le dénominateur :

$$\begin{aligned} & B(x' \pi - y' \phi)^2 + (A + D)(x' \pi - y' \phi)(a y' - x' \psi) \\ & + C(a y' - x' \psi)^2 + (\phi \psi - a \pi) \{ (B x' \pi - y' \phi) z' + D(a y' - x' \psi) z' \\ & + A(x' \pi - y' \phi) + C(a y' - x' \psi) \} = 0. \end{aligned}$$

Cette équation étant du deuxième degré et appartenant à une surface engendrée par une droite, il s'ensuit que cette surface est du genre de celles qu'on a nommées hyperboloïdes à une nappe, (Voyez le *Traité des surfaces du deuxième degré*, de MM. Monge et Hachette, pages 32 et 50).

La droite sur laquelle nous avons fait mouvoir notre tangente étant arbitraire et indépendante de la position de la surface donnée, qui est située d'une manière quelconque dans l'espace, il s'en suit que si cette droite venoit à changer, l'on auroit un autre hyperboloïde qui toucheroit cette surface suivant la même génératrice, et que par conséquent il y a une infinité d'hyperboloïdes qui jouissent de cette propriété. ( Voyez des applications de ce théorème, deuxième volume de la Correspondance, page 13. )

### Sur les Surfaces courbes (1),

Par M. J. BINET, Répétiteur à l'École Polytechnique.

Si on imagine un système de portions de lignes droites parallèles, déterminées par les points où elles rencontrent une surface courbe quelconque, tous leurs milieux se trouveront sur une surface courbe. En représentant par  $m$  le degré de l'équation algébrique de la première surface, le degré de l'équation de la surface qui contient tous les milieux sera  $m \cdot \frac{m-1}{2}$ . (2) On pourroit appeler cette surface des milieux du système des cordes parallèles, surface *diamétrale*. Une courbe plane dont le degré de l'équation est  $m$ , a une courbe *diamétrale*, dont le degré est  $m \cdot \frac{m-1}{2}$ .

Les surfaces du deuxième ordre ont pour surfaces diamétrales des plans, puisque  $2 \cdot \frac{2-1}{2} = 1$ . Les courbes du deuxième ordre ont des droites pour lignes diamétrales.

(1) Une partie de cette note ayant le même objet qu'une des Leçons du Cours d'Analyse appliquée à la Géométrie par MM. Monge et Hachette, c'est pour l'utilité des Elèves qu'on l'insère dans ce cahier de la Correspondance. ( Voyez ce Cours, 1<sup>re</sup> partie, pag. 46. )

(2) Voici comment on peut démontrer cette proposition : « La surface du degré  $m$  est coupée par une droite quelconque en  $m$  points qu'on peut désigner par les lettres  $a, b, c, d, \dots$ ; cette droite est divisée par la surface en autant de cordes qu'il y a de combinaisons différentes de ces lettres prises deux à deux ;

donc le nombre de ces cordes placées sur une droite quelconque sera  $m \cdot \frac{(m-1)}{2}$

et leurs milieux seront en même nombre, donc en regardant la droite comme une parallèle à l'un des axes auxquels on rapporte la surface qui contient tous les milieux des cordes parallèles, l'ordonnée de cette surface comptée sur la droite qui la coupe en  $m$  points, sera donnée par une équation

du  $\frac{m(m-1)}{2}$  <sup>ème</sup> degré ».

H. C.

Pour déterminer les diamètres des courbes du deuxième ordre, on prendra leur équation rapportée à des axes rectangulaires  $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ ; si on coupe cette courbe par une droite  $x' = my' + \mu$ , on aura pour déterminer les ordonnées  $y$  de leur intersection, l'équation

$$\{Am^2 + B + Cm\}y^2 + \{(2Am + C)\mu + Dm + E\}y + A\mu^2 + D\mu + F = 0.$$

La demi-somme des ordonnées de ces deux points est l'ordonnée  $y'$  du milieu de leur distance, ou du milieu de la corde qui a  $x' = my' + \mu$  pour équation de sa direction. La valeur de l'ordonnée de ce point milieu sera

$$y' = - \frac{(2Am + C)\mu + Dm + E}{2(Am^2 + B + Cm)}$$

c'est-à-dire la moitié du coefficient de la première puissance de  $y$  pris avec un signe contraire, divisée par le coefficient de  $y^2$ . L'abscisse  $x'$  du même point est  $x' = my' + \mu$ ; éliminant  $\mu$  entre ces deux équations, on trouvera l'équation du lieu général de tous les milieux ou de la ligne qui divise en deux parties égales toutes les cordes parallèles à  $x' = my' + \mu$ , et qui n'en diffèrent qu'à raison de la valeur de  $\mu$ . Le résultat de cette élimination, ou l'équation du diamètre conjugué à ce système de cordes, est

$$(2Am + C)x' + (2B + Cm)y' + Dm + E = 0.$$

Il est visible que, si par un changement de coordonnées, on rapporte la courbe à deux axes, dont l'un, celui des nouveaux  $x$ , soit parallèle aux cordes  $y = mx$ ; l'autre, celui des nouveaux  $y$ , soit le diamètre conjugué à ces cordes, l'équation de la courbe prendra nécessairement la forme

$$ax^2 + by^2 + cy + d = 0,$$

puisque devant encore être du deuxième degré, elle doit fournir pour chaque valeur de  $y$ , deux valeurs égales et de signes contraires pour  $x$ . Transportant parallèlement à lui-même l'axe des  $x$ , et pour cela mettant  $y' + \omega$  à la place de  $y$ , l'équation deviendra

$$ax^2 + by^2 + (2b\omega + c)y + b\omega^2 + c\omega + d = 0.$$

Tant que  $b$  ne sera pas nul, on pourra faire disparaître de cette équation le terme en  $y$  en prenant  $\omega = -\frac{c}{2b}$ ; et par-là transporter l'origine au centre de la courbe. L'équation ainsi simplifiée est de la forme  $ax^2 + by^2 = \lambda$ . Elle

comprend les espèces de courbes nommées *ellipse* et *hyperbole*.

Lorsque  $b$  sera nul, on pourra disposer de  $a$  pour faire disparaître le terme  $c a + d$ , et l'équation deviendra

$$a x^2 + e y = 0,$$

qui donne les *paraboles*.

Les nouveaux axes forment entr'eux un angle qui est celui que les cordes forment avec leur diamètre. Il a pour cosinus

$$\frac{C - 2(A - B)m - C m^2}{\sqrt{1 + m^2} \sqrt{(2Am + C)^2 + (2B + Cm)^2}}.$$

Pour que cet angle soit droit, il faut que

$$C - 2(A - B)m - C m^2 = 0,$$

équation qui donne à  $m$  deux valeurs réelles.

L'équation des surfaces du deuxième ordre est

$$A x^2 + B y^2 + C z^2 + D x y + E x z + F y z + G x + H y + I z + K = 0.$$

On déterminera les ordonnées  $z$  des points de rencontre de cette surface et de la droite  $x' = m z' + \mu$ ,  $y' = n z' + \nu$ , par l'équation

$$0 = \{A m^2 + B n^2 + C + D m n + E m + F n\} z^2 + \{(2Am + Dn + E)\mu + (2Bn + Dm + F)\nu + Gm + Hn + I\} z + A\mu^2 + B\nu^2 + D\mu\nu + G\mu + H\nu + K.$$

La demi-somme

$$\frac{(2Am + Dn + E)\mu + (2Bn + Dm + F)\nu + Gm + Hn + I}{2(Am^2 + Bn^2 + C + Dmn + Em + Fn)}$$

de ces ordonnées des deux extrémités de la corde, est l'ordonnée  $z'$ , du milieu de leur distance. Les coordonnées de ce point seront donc données par les équations

$$x' = m z' + \mu, \quad y' = n z' + \nu, \\ z' = \frac{(2Am + Dn + E)\mu + (2Bn + Dm + F)\nu + Gm + Hn + I}{2(Am^2 + Bn^2 + C + Dmn + Em + Fn)}.$$

On obtiendra l'équation de la surface diamétrale conjuguée au système des cordes parallèles à celle que j'ai choisie, par l'élimination des quantités  $\mu$ ,  $\nu$  entre ces trois équations. L'équation résultante est

$$(2Am + Dn + E)x' + (2Bn + Dm + F)y' + (2C + Em + Fn)z' + Gm + Hn + I = 0$$

Représentons-la pour abréger par

$$Sx' + Ty' + Uz' + V = 0.$$

On détermineroit facilement par les relations qui existent entre les coefficients  $S, T, U$  et les quantités  $m, n$ , la direction du système des cordes conjuguées à un plan parallèle à un plan donné, et l'équation du plan conjugué lui-même.

Si l'on rapporte la surface à de nouveaux axes coordonnés, dont l'un, celui des  $x$ , soit parallèle au système des cordes, les deux autres soient dans le plan diamétral conjugué à ce système; il est évident que l'équation de la surface prendra nécessairement la forme  $ax^2 + by^2 + cz^2 + dyz + ey + fz + g = 0$ .

Toute intersection de la surface par un plan parallèle à celui des  $yz$ , a une projection sur ce plan qui lui est identique. L'équation de cette projection est

$$by^2 + cz^2 + dyz + ey + fz + g' = 0.$$

On a prouvé qu'il existe une infinité de systèmes d'axes coordonnés par rapport auxquels l'équation de cette courbe peut prendre la forme plus simple

$$cy^2 + \gamma z^2 + \delta z + \epsilon' = 0;$$

l'équation de la surface rapportée toujours au même axe des  $x$ , et à des axes  $y$  et  $z$  choisis de cette manière, prendra donc la forme  $ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 + \delta z + \epsilon = 0$ .

On peut encore la simplifier, en déplaçant le plan des  $xy$  parallèlement à lui-même et pour cela mettre à la place de  $z$  dans cette équation,  $z + \zeta$ , on aura

$$ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 + (2\gamma\zeta + \delta)z + \gamma\zeta^2 + \delta\zeta + \epsilon = 0.$$

Lorsque  $\gamma$  n'est pas nul, on peut prendre  $\zeta = -\frac{\delta}{2\gamma}$  et l'équation de la surface devient  $ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 = \lambda$ .

Cette équation comprend trois espèces différentes de surfaces connues sous les noms d'*ellipsoïde*, d'*hyperboloïde à une nappe*, d'*hyperboloïde à deux nappes*. Si  $\gamma$  est nul, on ne déterminera pas  $\zeta$  par cette valeur qui seroit infinie, mais on en disposera de manière à faire disparaître dans l'équation le terme  $\delta\zeta + \epsilon$ , indépendant des coordonnées  $x, y, z$ ; et l'équation, deviendra

$$ax^2 + cy^2 + \delta z = 0.$$

Elle renferme les deux espèces de surfaces dont le centre est à l'infini, et nommées *paraboloïde elliptique*, *paraboloïde hyperbolique*.

Parmi tous les systèmes d'axes qui peuvent faire prendre l'équation d'une surface du deuxième ordre la forme

$$ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 + \delta z + \epsilon = 0,$$

laquelle conduit aux deux autres encore plus simples que nous venons d'indiquer, il en est un d'axes rectangulaires important à connoître. D'abord, nous allons faire voir que l'on peut donner à l'axe des  $x$  ou aux cordes conjuguées au plan diamétral  $\gamma z$ , une direction perpendiculaire à ce plan.

Pour qu'une des cordes

$$x' = m z' + \mu, \quad y' = n z' + \nu,$$

soit perpendiculaire au plan diamétral

$$Sx' + Ty' + Uz' + V = 0,$$

il faut que  $S - Um = 0, T - Un = 0;$

ou en mettant à la place de  $S, T, U$  leurs valeurs en  $m, n$

$$Em^2 + Fmn + 2(C - A)m - Dn - E = 0$$

$$Fn^2 + Fmn + 2(C - B)n - Dm - F = 0.$$

De cette dernière, tirant

$$m = -\frac{Fn^2 + 2(C - B)n - F}{En - D},$$

et mettant cette valeur dans la première, on aura l'équation

$$0 = E(Fn^2 + 2(C - B)n - F)^2 - (Fn^2 + 2(C - B)n - F)(Fn^2 + 2(C - A))(En - D) - (Dn + E)(En - D)^2$$

ou bien en développant les produits

$$(n^3) \left\{ \begin{aligned} & \{ 2(A - B)EF - (E^2 - F^2)D \} n^3 + \\ & \{ \{ (B - A)(B - C)E - 2(A + B - 2C)DF - \\ & - (E^2 + F^2 - 2D^2)E \} n^2 + \{ \{ (C - A)(C - B)D - \\ & - 2(A + C - 2B)EF - (D^2 + F^2 - 2E^2)D \} n + \\ & + 2(A - C)DF - (D^2 - F^2)E \end{aligned} \right\} = 0$$

Cette équation du troisième degré fournit au moins une valeur réelle de  $n$  à laquelle en correspond une aussi réelle de  $m$  et par conséquent un système de cordes parallèles, perpendiculaires à leur plan diamétral conjugué. L'équation de la surface rapportée à un axe des  $x$  perpendiculaire au plan  $\gamma z$ , pourra ainsi conserver la forme

$$ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 + \delta z + \epsilon = 0.$$

On peut remarquer que le plan des  $xz$  et le conjugué diamétral du système des cordes parallèles à l'axe des  $\gamma$ , de même que celui des  $\gamma z$  l'est du système des cordes parallèles à l'axe des  $x$ ;

comme d'ailleurs l'axe des  $y$  peut être pris perpendiculaire à celui des  $z$  et conséquemment au plan des  $xz$ , sans que l'équation change de forme; il s'ensuit que nous avons déjà reconnu l'existence de deux systèmes de cordes perpendiculaires à leurs plans diamétraux conjugués. Mais l'équation ( $n^2$ ) a autant de racines réelles qu'il y a de ces systèmes; cette équation a donc deux racines réelles, et par conséquent ses trois racines le sont nécessairement. La troisième de ces racines correspond à la direction de l'axe des  $z$  perpendiculaire aux deux premières directions.

On peut, à l'aide de ces considérations, établir bien simplement les théorèmes connus sur les diamètres conjugués des surfaces du deuxième ordre, en partant des théorèmes analogues démontrés sur les courbes du second degré. Ainsi on sait que pour une même courbe, si on a les deux équations

$$ax^2 + cy^2 = 1, \quad a'x'^2 + c'y'^2 = 1,$$

il existe entre les quantités  $a, \beta, a', \beta'$  cette relation

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\beta'}.$$

on peut conclure de cette propriété des courbes du deuxième degré cette autre qui convient aux surfaces, et qui lui est analogue :

$$ax^2 + cy^2 + \gamma z^2 = 1, \quad a'x'^2 + c'y'^2 + \gamma'z'^2 = 1$$

étant deux équations d'une même surface rapportées à différens axes, ayant pour origine commune le centre de la surface, on a

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{c'} + \frac{1}{\gamma'}.$$

Le plan des  $x'y'$  rencontre celui des  $xy$  en une droite qui est diamètre de la courbe

$$a'x'^2 + c'y'^2 = 1;$$

si nous nommons  $\frac{1}{a'}$  le carré de la demi-longueur de ce dia-

mètre et  $\frac{1}{b'}$  celui de son conjugué, l'équation de la courbe

$$a'x'^2 + c'y'^2 = 1,$$

étant rapportée à ces nouveaux axes, sera

$$a'x'^2 + b'y'^2 = 1$$

et l'on aura, par le théorème que nous venons de citer,

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{c'}.$$

L'équation de la surface rapportée à ces nouveaux axes  $x, y'$  et à l'ancien des  $z'$  sera

$$a' x'^2 + b' y'^2 + y' z'^2 = 1.$$

Si de la même manière on imagine le plan actuel des  $y' z'$  prolongé jusqu'à son intersection avec celui des  $y x$ , en nommant  $\frac{1}{c'}$  le carré de la demi-longueur du diamètre mesuré sur

cette intersection  $\frac{1}{d'}$ , celui de son conjugué dans la courbe

$$b' y'^2 + y' z'^2 = 1;$$

l'équation de cette même courbe rapportée à ces nouveaux diamètres comme axes, sera

$$c' y'^2 + d' z'^2 = 1.$$

celle de la surface

$$a' x'^2 + b' y'^2 + y' z'^2 = 1$$

deviendra, en conservant le même axe des  $x'$ ,

$$a' x'^2 + c' y'^2 + d' z'^2 = 1$$

et l'on aura encore

$$\frac{1}{b'} + \frac{1}{y'} = \frac{1}{c'} + \frac{1}{d'}.$$

Mais l'axe des  $x'$  et celui des  $y'$  sont actuellement dans le plan des  $xy$  et ont par conséquent pour diamètre conjugué à leur plan l'axe des  $z$ ; donc le nouvel axe des  $z'$  se confond avec celui des  $z$

et par conséquent

$$\frac{1}{d'} = \frac{1}{y'}.$$

Mais les équations

$$a x^2 + c y^2 = 1,$$

$$a' x'^2 + c' y'^2 = 1,$$

représentent la même courbe, ainsi

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{c'},$$

d'où

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{c'} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} + \frac{1}{y'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{c'} + \frac{1}{y'}.$$

On établirait avec la même facilité, en partant du théorème sur les parallélogrammes circonscrits aux courbes du deuxième degré, le théorème analogue des parallélipèdes circonscrits aux surfaces du deuxième ordre.

# Application du Théorème de Taylor au développement des fonctions

$(1+x)^m$ ,  $a^x$ ,  $\text{Log}(1+x)$ ,  $\cos. x$ , et  $\sin. x$ . (1)

La méthode suivante suppose seulement que l'on sache différentier les produits et les puissances entières des variables, et que l'on connoisse la formule de Taylor, démontrée pag. 52 du premier volume de la Correspondance, savoir :

$$\phi(x+h) = \phi x + h. \phi' x + \frac{h^2}{2} . \phi'' x + \frac{h^3}{2.3} . \phi''' x + \text{etc.}$$

1°. Soit  $\phi(1+x) = (1+x)^m$ ; par conséquent  $\phi y = y^m$ ,  
et  $\phi(y+xy) = (y+xy)^m = y^m(1+x)^m$ ;  
d'où l'on conclut  $\phi(1+x)\phi y = \phi(y+xy)$ .

Développant le second membre suivant les puissances de  $xy$ , et divisant par  $\phi y$ , il vient

$$\phi(1+x) = 1+x. \frac{y \phi' y}{\phi y} + \frac{x^2}{2} . \frac{y^2 \phi'' y}{\phi y} + \frac{x^3}{2.3} . \frac{y^3 \phi''' y}{\phi y} + \text{etc.}$$

Les coefficients  $\frac{y \phi' y}{\phi y}$ ,  $\frac{y^2 \phi'' y}{\phi y}$ ,  $\frac{y^3 \phi''' y}{\phi y}$ , etc. doivent être indépendans de  $y$ , puisque cette variable n'entre pas dans  $\phi(1+x)$ ; faisant donc;

$$\frac{y \phi' y}{\phi y} = c;$$

on aura, par une suite de différentiations fort simples,

$$\frac{y^2 \cdot \phi'' y}{\phi y} = c. (c-1), \quad \frac{y^3 \cdot \phi''' y}{\phi y} = c(c-1)(c-2), \text{ etc.}$$

Généralement, si l'on a

$$\frac{y^n \cdot \phi^{(n)} y}{\phi y} = b;$$

on en conclura  $y^n \cdot \phi^{(n)} y = b \phi y$ , et en différentiant

$$y^n \cdot \phi^{(n+1)} y + n \cdot y^{n-1} \cdot \phi^{(n)} = b \phi' y;$$

(1) Cet article est extrait des Leçons d'Analyse de M. Garnier, imprimées en 1801, et dans lesquelles M. Poisson l'avoit fait insérer. H. C.

$$\text{donc } \frac{y^{n+1} \cdot \phi^{(n+1)} y}{\phi y} = \frac{b \cdot y \phi' y}{\phi y} - \frac{n y^n \cdot \phi^{(n)} y}{\phi y} = b'(c - n);$$

résultat qui renferme la loi des coefficients.

La valeur de  $\phi(1+x)$  devient donc

$$\begin{aligned} \phi(1+x) = (1+x)^c = 1 + cx + \frac{c \cdot c-1}{2} \cdot x^2 \\ + \frac{c \cdot c-1 \cdot c-2}{2 \cdot 3} \cdot x^3 + \text{etc.} \end{aligned}$$

La quantité  $c$  est une fonction de l'exposant  $m$ ; pour la déterminer, soit  $c = fm$ ; on aura, relativement aux exposans  $m, n$  et  $m+n$ :

$$(1+x)^m = 1 + xfm \dots + \text{etc.}$$

$$(1+x)^n = 1 + xfn \dots + \text{etc.}$$

$$(1+x)^{m+n} = 1 + xf(n+m) + \text{etc.};$$

mais en multipliant l'un par l'autre, les deux premiers développemens, il vient

$$(1+x)^m \cdot (1+x)^n = (1+x)^{m+n} = 1 + x(fm + fn) + \text{etc.}$$

et comme ce second développement de  $(1+x)^{m+n}$  doit être identique avec le premier, il faut que

$$fm + fn = f(n+m).$$

Développant le second membre suivant les puissances de  $m$ , et supprimant  $fn$  de part et d'autre, il reste

$$fm = m \cdot f'n + \frac{m^2}{2} \cdot f''n + \text{etc.};$$

$f'n, f''n$ , etc. doivent être indépendans de  $n$ , puisque cette quantité n'entre pas dans  $fm$ ; mais si l'on a  $f'n = a$ , toutes les autres dérivées  $f''n, f'''n$ , etc. seront nulles; donc

$$fm = am.$$

Le coefficient  $a$  étant indépendant de  $m$ , on le détermine en observant que  $fm = 1$ , quand  $m = 1$ , ce qui donne  $a = 1$ ; donc

$$fm = c = m;$$

et par conséquent

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m \cdot m-1}{2} \cdot x^2 + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{2 \cdot 3} \cdot x^3 + \text{etc.}$$

$$\text{L'équation } \frac{y \phi' y}{\phi y} = c = m,$$

donne

$$d \cdot \phi y = \phi' y \cdot dy = m \frac{\phi y}{y} \cdot dy.$$

Remettant donc  $y^m$ , à la place de  $\phi y$ , on aura :

$$d. y^m = m y^{m-1} dy;$$

et de cette manière la différentielle d'une puissance se trouve démontrée pour une valeur quelconque de l'exposant.

2°. Soit  $\phi x = a^x$ ; conséquemment  $\phi y = a^y$  et  $\phi(x+y) = a^{x+y}$ ; d'où l'on conclut  $\phi x. \phi y = \phi(x+y)$ .

Divisant par  $\phi y$ , après avoir développé le second membre suivant les puissances des  $x$ , il vient

$$\phi x = 1 + \frac{\phi' y}{\phi y} \cdot x + \frac{\phi'' y}{\phi y} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{\phi''' y}{\phi y} \cdot \frac{x^3}{2.3} + \text{etc.};$$

les coefficients  $\frac{\phi' y}{\phi y}$ ,  $\frac{\phi'' y}{\phi y}$ ,  $\frac{\phi''' y}{\phi y}$ , etc., devront être indépendans de la variable  $y$ , qui ne doit pas entrer dans la valeur de  $\phi x$ ; or, si l'on fait

$$\frac{\phi' y}{\phi y} = A,$$

on en conclura facilement

$$\frac{\phi'' y}{\phi y} = A', \quad \frac{\phi''' y}{\phi y} = A'', \text{etc.};$$

et par conséquent :

$$\phi x = a^x = 1 + A x + A^2 \frac{x^2}{2} + A^3 \frac{x^3}{2.3} + \text{etc.}$$

On démontrera, comme à l'ordinaire, que la quantité  $A$  est le logarithme hyperbolique de la base  $a$ .

L'équation  $\frac{\phi' y}{\phi y} = A$  donne  $d. \phi y = \phi' y. dy = A \phi y. dy$ ; donc  $d. a^y = A a^y. dy$ .

3°. Soit  $\phi(1+x) = \text{Log.}(1+x)$ ; on aura en même-temps  $\phi y = \text{Log.} y$  et  $\phi(y+yx) = \text{Log.}(y+yx)$ ; et à cause de  $\text{Log.}(y+xy) = \text{Log.} y + \text{Log.}(1+x)$ , on en conclura l'équation caractéristique

$$\phi y + \phi(1+x) = \phi(y+xy).$$

Développant le second membre suivant les puissances de  $xy$  et supprimant  $\phi y$  de part et d'autre, il vient

$$\phi(1+x) = y \phi' y. x + y^2 \phi'' y. \frac{x^2}{2} + y^3 \phi''' y. \frac{x^3}{2.3} + \text{etc.}$$

3

Les coefficients  $y \phi' y, y^2 \phi'' y, y^3 \phi''' y$ , etc., seront donc constans; mais si l'on fait

$$y \phi' y = M;$$

on en conclura, par des différentiations répétées

$$y^2 \phi'' y = -M, y^3 \phi''' y = 2M, y^4 \phi^{IV} y = -2.3.M, \text{ etc.}$$

Généralement, de l'équation  $y^n \phi^{(n)} y = N$ , on tirera, en différentiant,  $y_n \phi^{(n+1)} y + n y^{n-1} \phi^{(n)} y = 0$ ; et par conséquent

$$y^{n+1} \phi^{(n+1)} y = -n y \phi^{(n)} y = -n N;$$

résultat qui renferme la loi des coefficients.

La valeur de  $\phi(1+x)$  devient donc

$$\phi(1+x) = \text{Log}(1+x) = M \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \text{etc.} \right).$$

La quantité  $M$  qui reste indéterminée, est ce qu'on appelle le *Module*, dont la valeur dépend de l'espèce de logarithme que l'on considère, et qui est égal à l'unité pour les logarithmes hyperboliques.

L'équation  $y \phi' y = M$ , donne  $d. \phi y = \phi' y . dy = \frac{M dy}{y}$ ; donc

$$d. \log. y = \frac{M dy}{y}.$$

4°. Soit  $\phi x = \cos. x$ ; par conséquent  $\phi y = \cos. y$ ,  $\phi(y+x) = \cos(y+x)$  et  $\phi(y-x) = \cos(y-x)$ ; l'équation connue

$$2. \cos. x. \cos. y = \cos(y+x) + \cos(y-x),$$

deviendra

$$2 \phi x \phi y = \phi(y+x) + \phi(y-x).$$

En développant les deux fonctions  $\phi(y+x)$ ,  $\phi(y-x)$  suivant les puissances de  $x$ , et divisant ensuite par  $2 \phi y$ , on trouve

$$\phi x = 1 + \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\phi'' y}{\phi y} + \frac{x^4}{2.3.4} + \frac{\phi^{IV} y}{\phi y} + \frac{x^6}{2.3.4.5.6} \cdot \frac{\phi^{VI} y}{\phi y} + \text{etc.};$$

d'où l'on conclut, comme précédemment, que tous les coefficients

$\frac{\phi'' y}{\phi y}, \frac{\phi^{IV} y}{\phi y}, \frac{\phi^{VI} y}{\phi y}$ , etc, doivent être constans; faisant

$$\text{donc } \frac{\phi'' y}{\phi y} = a,$$

on en tirera sans difficulté

$$\frac{\phi^{iv}y}{\phi y} = a^2, \quad \frac{\phi^{vi}y}{\phi y} = a^3, \quad \frac{\phi^{viii}y}{\phi y} = a^4, \text{ etc. :}$$

et le développement de  $\phi x$  deviendra

$$\phi x = \cos. x = 1 + \frac{a x^2}{2} + \frac{a^2 x^4}{2.3.4} + \frac{a^3 x^6}{2.3.4.5.6} + \text{etc.}$$

On démontrera tout-à-l'heure que la constante  $a$  égale  $-1$ .

1°. Soit enfin  $\psi x = \sin. x$ , et en même temps  $\phi y = \cos. y$ .  
On aura  $\sin. (y+x) = \psi (y+x)$ ,  $\sin. (y-x) = \psi (y-x)$ ;  
d'ailleurs on a

$$2. \sin. x. \cos. y = \sin. (y+x) - \sin. (y-x);$$

par conséquent

$$2 \psi x. \phi y = \psi (y+x) - \psi (y-x).$$

Développant le second membre suivant les puissances de  $x$ , et divisant par  $2. \phi y$ , il vient

$$\psi x = x. \frac{\psi' y}{\phi y} + \frac{x^3}{2.3} \cdot \frac{\psi''' y}{\phi y} + \frac{x^5}{2.3.5} \cdot \frac{\psi^{v} y}{\phi y} + \text{etc.}$$

Ainsi tous les coefficients  $\frac{\psi' y}{\phi y}$ ,  $\frac{\psi''' y}{\phi y}$ , etc., doivent être cons-

tans; or, si l'on pose  $\frac{\psi' y}{\phi y} = \epsilon$ , on en conclura

$$\frac{\psi''' y}{\phi y} = \epsilon \frac{\phi'' y}{\phi y} = a \epsilon, \quad \frac{\psi^{v} y}{\phi y} = a \epsilon \frac{\phi'' y}{\phi y} = a^2 \epsilon, \quad \frac{\psi^{viii} y}{\phi y} = a^2 \epsilon \frac{\phi'' y}{\phi y} = a^3 \epsilon;$$

$a$  étant la constante déjà employée dans le développement de  $\cos. x$ . Celui de  $\psi x$  devient donc

$$\psi x = \sin. x = \epsilon x + \frac{\epsilon a x^3}{2.3} + \frac{\epsilon a^2 x^5}{2.3.4.5} + \text{etc.}$$

On démontre rigoureusement que la limite du rapport  $\frac{\sin. x}{x}$ , est l'unité; il faut donc qu'on ait  $\epsilon = 1$ . De plus les

développemens de  $\sin. x$  et  $\cos. x$  doivent rendre identique l'équation  $\sin.^2 x + \cos.^2 x = 1$ ; or on a

$$\cos.^2 x = 1 + a x^2 + \text{etc.}, \quad \sin.^2 x = \epsilon^2 x^2 + \frac{\epsilon^2 a x^4}{3} + \text{etc.};$$

par conséquent

$$\cos.^2 x + \sin.^2 x = 1 + x^2 (\zeta^2 + \alpha) + \text{etc.} = 1;$$

d'où il suit  $\alpha = -\zeta^2 = -1$ . En faisant  $\alpha = -1$  et  $\zeta = 1$  dans les développemens de  $\cos. x$  et  $\sin. x$ , on trouve

$$\cos. x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{2.3.4.}, \text{ etc. } \sin. x = x - \frac{x^3}{2.3} + \frac{x^5}{2.3.4.5} - \text{etc.}$$

L'équation  $\frac{\psi' y}{\phi y} = b = 1$ , donne  $d. \psi y = \psi' y. dy = \phi y. dy$ ;

donc  $d. \sin. y = \cos. y. dy$ ; résultat d'après lequel on peut former les différentielles de toutes les fonctions trigonométriques.

### *Sur la Courbure des Surfaces.*

M. Dupin, capitaine au corps impérial du génie maritime, a envoyé à S. Exc. le comte de Cessac et à M. le comte Monge l'analyse d'un ouvrage sur la courbure et l'osculution des surfaces, qu'il a l'intention de faire imprimer : un de ses amis m'a écrit qu'en attendant la publication on pouvoit insérer dans la Correspondance les deux théorèmes suivans, qui sont énoncés dans l'analyse de l'ouvrage de M. Dupin; on propose de trouver la démonstration de ces deux théorèmes.

H. C.

#### THÉORÈMES à démontrer.

*Première Proposition.* Etant donnée une surface courbe quelconque et un point  $P$  sur cette surface, on mène par ce point un plan tangent à la surface, et on la coupe par une suite de plans parallèles au plus tangent; par le même point  $P$  de contact, on fait passer deux courbes quelconques  $C$  et  $C'$  qui rencontrent chacun des plans parallèles au plan tangent en deux points; on joint ces points par des lignes droites, et le système de ces droites forme une surface gauche dont la droite génératrice est constamment parallèle au plan tangent au point  $P$ ; considérant dans chaque plan coupant parallèle au plan tangent, le contour de la section et la droite qui unit les deux points de rencontre du plan coupant et des deux courbes  $C$  et  $C'$ , on fait mouvoir la section dans son plan, de telle manière que chacun des points de cette section parcourt une droite parallèle à la droite qui unit les deux points des courbes  $C$  et  $C'$ , le lieu

des sections parallèles transportées chacune dans son plan d'après la même loi, est *une nouvelle surface qui est osculatrice de la surface donnée* ; si on suppose que les deux courbes  $C$  et  $C'$  ont un contact du premier ordre avec des lignes de la surface donnée, la nouvelle surface aura avec celle-ci un contact du troisième ordre ; et en général si le contact des courbes est du  $m^{\text{ème}}$  ordre, le contact de la surface dérivée avec la surface primitive sera du degré  $m + 2$ .

*Deuxième Proposition.* Etant donnée la courbe de contact de deux surfaces dont l'une est circonscrite à l'autre, on mène par une tangente à cette courbe un plan quelconque, qui coupe les deux surfaces suivant deux lignes courbes ; quel que soit le point de la courbe donnée, par lequel on ait mené la tangente, les deux sections planes ont en ce point un contact du second ordre, ou, autrement, elles sont osculatrices l'une de l'autre.

### *De l'Épicycloïde sphérique et de sa tangente ;*

Par M. HACHETTE.

(1) On a vu (pag. 27 du vol. 2, N°. 1) que M. Gaultier construit la tangente à l'épicycloïde sphérique, en la considérant comme la résultante des deux vitesses dont le point décrivant de l'épicycloïde est animé à chaque instant, et il démontre d'après cette construction le théorème (1) énoncé pag. 25 sur la tangente à l'épicycloïde en un point quelconque. Sa démonstration est fondée sur les deux propositions suivantes de géométrie :

(2) *Première Proposition.* Les plans tangens à une sphère, menés par des points pris sur un cercle de cette sphère, font tous le même angle avec le plan de ce cercle.

(1) *Théorème* : Si pour un point quelconque d'une épicycloïde sphérique on conçoit le cercle mobile auquel il appartient, la droite qui toucheroit l'épicycloïde plane qu'on obtiendrait dans le cas où les deux cercles, l'un fixe et l'autre mobile, seroient dans le même plan, est la projection orthogonale de la tangente à l'épicycloïde sphérique sur le plan du cercle mobile correspondant au point de contact, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du plan de ce dernier cercle par rapport au plan du cercle fixe.

(3) *Deuxième Proposition.* Quelle que soit la direction des lignes de projection d'un parallélogramme sur un plan, ce parallélogramme se projette suivant un second parallélogramme dont la diagonale est la projection de la diagonale du premier.

*Du Rapport des deux vitesses d'un point qui décrit une Epicycloïde sphérique.*

(4) Le point qui décrit l'épicycloïde sphérique est animé de deux mouvemens de rotation, l'un autour de la ligne des pôles du cercle fixe, et l'autre autour de la ligne des pôles du cercle mobile (*la ligne des pôles d'un cercle est la droite menée par le centre du cercle perpendiculairement à son plan*). Les arcs décrits en même temps autour de la ligne des pôles du cercle fixe par les différens points du cercle mobile, sont proportionnels aux distances de ces points à cette ligne des pôles; or, l'un de ces points en est distant d'une quantité égale au rayon du cercle fixe, et ce point est celui dans lequel les cercles fixe et mobile se touchent; donc la vitesse de rotation de ce point autour de la ligne des pôles du cercle fixe est, à la vitesse de rotation d'un point quelconque du cercle mobile, dans le rapport du rayon du cercle fixe à la perpendiculaire abaissée du point quelconque sur l'axe de rotation. Mais en représentant par 1 l'arc que parcourt dans un temps donné un point quelconque  $M$  du cercle mobile autour de la ligne des pôles, le point de contact du cercle fixe et du cercle mobile décrit dans le même temps autour de la ligne des pôles du cercle fixe un arc de même longueur 1 compté sur le cercle fixe; donc le point  $M$  du cercle mobile décrit dans le même temps, autour de la ligne des pôles du cercle fixe, un arc d'un rayon égal à la distance du point  $M$  à cette ligne des pôles, et dont la longueur est (en nommant cette distance  $d$  et le rayon du cercle fixe  $r$ ),  $1 \times \frac{d}{r}$ , ou  $\frac{d}{r}$ ; or, les arcs que le point  $M$  du cercle mobile tend à décrire dans le même temps sont les mesures de ses deux vitesses de rotation, l'une autour de la ligne des pôles du cercle mobile, et l'autre autour de la ligne des pôles du cercle fixe; donc ces deux vitesses sont dans le rapport de 1 à  $\frac{d}{r}$  ou dans le rapport de  $r$  à  $d$ , c'est-à-dire dans le rapport du rayon du cercle fixe à la perpendiculaire abaissée du point de l'épicycloïde que l'on considère sur la ligne des pôles de ce cercle fixe,

*Construction de la Tangente à l'Epicycloïde.*

(5) Soit (fig. 1, 2, 3, planche II,)  $Amy$  le cercle fixe, tracé sur le plan de projection qu'on suppose horizontal; soient (fig. 2)  $FF'$ ,  $F'C$  les lignes des pôles du cercle fixe et du cercle mobile tracées sur le second plan de projection qu'on suppose vertical;  $F'A$  et  $ACB$  sont les projections sur ce plan du cercle fixe et du cercle mobile;  $BAD$  ou  $CFF'$  est l'angle des plans de ces deux cercles.

(6) Le cercle mobile qui touche le cercle fixe au point  $A$  se projette (fig. 1) suivant l'ellipse  $AM''b$ , et pour le montrer dans sa véritable grandeur, on suppose qu'il ait tourné autour de son diamètre  $AB$ , jusqu'à ce qu'il ait pris la position  $AMB$  (fig. 3), et que le plan de la fig. 3 se confonde avec celui de la fig. 2.

(7) Un point quelconque  $M$  (fig. 3) du cercle mobile se projette (fig. 1), en un point  $M''$ , tel que  $D'M''$  perpendiculaire à  $AC$  soit égal à  $MM'$  (fig. 3) perpendiculaire à  $AB$ . D'après l'article (4), les vitesses du point quelconque  $M$  (fig. 3), de l'épicycloïde sont dans le rapport du rayon (fig. 1)  $F'A$  ou  $F'M$  du cercle fixe, à la distance  $M''F'$  du point  $M$  à la ligne des pôles  $F'$  du cercle fixe, ou menant les tangentes  $AT$ ,  $M''D$  des cercles qui ont pour rayons  $F'A$  et  $F'M''$ , ces deux vitesses sont dans le rapport de  $AT$  à  $M''D$ ; donc si l'on porte sur la droite  $ME$  (fig. 3) qui touche le cercle mobile au point  $M$ , une droite égale à  $AT$ , et si l'on conçoit par ce point  $M$  une autre droite égale et parallèle à  $M''D$ , on aura, à partir du point  $M$ , deux droites qui représenteront en grandeur et en direction les vitesses de ce point  $M$ ; donc la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux droites comme côtés, sera la tangente à l'épicycloïde au point  $M$ ; il s'agit maintenant de démontrer que cette tangente rencontrera la droite qui est menée (fig. 3) par le point  $B$  extrémité du diamètre  $AB$ , perpendiculairement au plan du cercle  $AMB$ ; ce diamètre  $AB$  du cercle mobile  $AMB$  passe par le point de contact  $A$  de ce cercle et du cercle fixe.

*Démonstration du Théorème (Voyez la note, pag. 87) sur la Tangente à l'Epicycloïde sphérique.*

(8) Soit projeté le parallélogramme des vitesses sur le plan du cercle mobile dont la trace sur le plan horizontal est  $AT$  (fig. 1), en prenant pour lignes de projection des droites horizontales parallèles à  $AD$  ou perpendiculaires à la trace  $AT$ ;

la vitesse autour de la ligne des pôles du cercle fixe représentée en grandeur par  $M''D$ , se projettera suivant une droite égale à  $M''D'$ , et (fig. 3) suivant la direction de la droite  $MM''=M'D'$ ; la vitesse autour de la ligne des pôles du cercle mobile est représentée en grandeur par  $AT$  (fig. 1); et comme la direction de la tangente  $ME$  (fig. 3) de cette vitesse est dans le plan même du cercle mobile sur lequel on projette le parallélogramme des vitesses,  $MM'$  et  $ML$  (fig. 3)  $= AT$  seront les deux côtés du parallélogramme des vitesses projeté sur le plan du cercle mobile; donc la diagonale  $MQ$  de ce parallélogramme sera (art. 3) la projection de la diagonale du parallélogramme des vitesses, et par conséquent la projection de la tangente à l'épicycloïde sur le plan du cercle mobile. Cette projection coupe le diamètre  $AB$  au point  $p'$ ; or ce diamètre est la projection oblique de la perpendiculaire au plan du cercle  $AMB$  élevée par le point  $B$  sur ce plan; donc le point  $p'$  doit aussi être la projection d'un point de cette perpendiculaire, dans l'hypothèse où elle rencontre la tangente à l'épicycloïde; ainsi la question est ramenée à démontrer que le point  $p'$  est à-la-fois la projection d'un point de la tangente à l'épicycloïde, et d'un point de la perpendiculaire élevée par le point  $B$  au plan du cercle mobile, perpendiculaire que nous désignerons par la lettre  $\pi$ .

(9) Puisque l'épicycloïde décrite par un point quelconque d'un cercle mobile est sur une sphère dont le rayon est égal à la droite qui unit un point quelconque du cercle mobile et le point d'intersection des lignes des pôles du cercle fixe et du cercle mobile, la tangente à l'épicycloïde est nécessairement dans un plan tangent à cette sphère; donc après avoir mené par la tangente  $ME$  (fig. 3) un plan tangent à la sphère du rayon  $AF$ , si ce plan coupe la perpendiculaire  $\pi$  en un point, et que la projection de ce point soit  $p'$ , on en conclura que ce même point appartient à-la-fois et à la perpendiculaire  $\pi$  et à la tangente à l'épicycloïde; pour trouver le point où le plan qui touche la sphère du rayon  $AF$  suivant  $ME$ , coupe la perpendiculaire  $\pi$ , on mène d'abord le plan tangent à cette sphère au point  $A$ ;  $AP$  perpendiculaire au rayon  $AF$  sera la trace de ce plan sur la fig. 2; et considérant le triangle rectangle  $BAP$ , dans un plan perpendiculaire à celui du cercle mobile  $AMB$ ,  $BP$  est la perpendiculaire  $\pi$ , et  $BAP$  est l'angle de ce plan tangent avec le plan du cercle mobile  $AMD$ ; or (art. 2), le plan tangent suivant  $ME$  fait avec le plan de ce cercle le même angle; donc si l'on porte la droite  $BK'$  qui est égale à  $MK$ , et qui est perpendiculaire à  $ME$ , de  $B$  en  $M'$ , et si l'on mène  $M'P'$  parallèle à  $AP$ ,  $P'$  sera le point d'intersection du plan tangent suivant  $ME$  et de la perpendiculaire  $\pi$ ;

reste donc à démontrer que le point  $p'$  intersection du diamètre  $A p' B$  et de la diagonale  $M Q p'$ , est la projection du point  $p'$ .

(10) Pour construire la projection  $p'$  du point  $P'$  sur le plan du cercle mobile, il faut employer le même système de projection que pour les côtes du parallélogramme des vitesses; donc si on mène par le point  $P'$  une droite  $P' p'$  parallèle à  $AD$  (fig. 3), elle coupera le diamètre  $AB$  au point demandé  $p'$ ; d'où il suit que l'expression de la droite  $B p'$  doit être la même, soit que l'on considère ce point  $p'$  comme la projection du point  $P'$ , ou comme l'intersection du diamètre  $AB$  et de la droite  $M Q p'$ , qui est la projection de la diagonale du parallélogramme des vitesses; considérons-le d'abord comme projection du point  $P'$ , intersection du plan tangent à la sphere suivant  $ME$  et de la perpendiculaire  $\pi$ .

(11) Nommons le rayon du cercle fixe

$r$ ,

le rayon du cercle mobile

$r'$ ,

l'angle du plan de ces deux cercles

$m$ ,

le rayon des tables

1.

Ayant prolongé le diamètre  $AB$  (fig. 2) jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne des pôles  $FF'$  du cercle fixe en un point  $B'$ , on a

$$AB' = \frac{r}{\cos m}$$

Le triangle rectangle  $FC B'$  donne :

$$\sin m : r' + \frac{r}{\cos m} :: \cos m : FC = \frac{r' \cos m + r}{\sin m}.$$

Les deux triangles rectangles  $FCA$  et  $BM' P'$  sont semblables, et on a :

$$FC : CA :: BM' : BP' = BM' \times \frac{r \sin m}{r + r' \cos m}$$

Le triangle rectangle  $BP' p'$  donne :

$$\sin m : \cos m :: BP' : B p' = BP' \times \frac{\cos m}{\sin m},$$

donc

$$B p' = M' B \times \frac{r' \cos m}{r + r' \cos m},$$

première expression de  $B p'$

(12) Regardons maintenant le point  $p'$  (fig. 2) comme l'intersection du diamètre  $AB$  et de la projection  $A Q p'$  de la diagonale du parallélogramme des vitesses du point  $M$ .

On a vu que les côtés  $MM'$ ,  $ML$  du parallélogramme  $M' ML Q$  sont dans le rapport des droites  $F' D'$ ,  $F' A$ ; d'où

il suit que les droites  $EN$ ,  $EM$  détermineront aussi la direction de la diagonale  $MQN$ , pourvu que le rapport de ces dernières droites soit égal à celui de  $MM'$  à  $ML$  ou de  $F'D'$  à  $F'A$ .

( 13 ) D'après les dénominations de l'article précédent,  $CM' = BM' - r'$ ,  $AM' = 2r' - BM'$ ,  $AF' = r$ .

Dans le triangle rectangle  $AM'D'$ , on a :

$$AD' = \cos m (2r' - BM'); \text{ et par l'article (12),}$$

(a)  $EN : EM :: F'D' : F'A :: r + \cos m (2r' - BM') : r$   
d'où l'on tire :

$$EN - EM : EM :: \cos m (2r' - BM') : r.$$

et à cause  $EM = EB$ ,

$$(b) BN : EM :: \cos m (2r' - BM') : r$$

les deux triangles rectangles  $CMM'$  et  $EMK$  sont semblables et donnent la proportion

$$CM : CM' :: EM : EK = \frac{EM (BM' - r')}{r'}.$$

de cette équation et des proportions (a) et (b), on tire les valeurs suivantes de  $EN$  et  $BN$ :

$$EN = \frac{EM (r + \cos m (2r' - BM'))}{r}.$$

$$BN = \frac{EM \cos m (2r' - BM')}{r}.$$

$$EN - EK = NK = \frac{EM (r + r' \cos m) (2r' - BM')}{r r'}.$$

Les deux triangles rectangles  $NKM$  et  $NBp'$  donnent :

$$NK : KM :: NB : Bp' = NB \times \frac{KM}{NK}$$

$$Bp' = \frac{NB \times BM'}{NK} = \frac{r' \cos m}{r + r' \cos m} \times BM',$$

deuxième expression de  $Bp'$ ; et comme elle est égale à celle qu'on a trouvée art. 11, il s'ensuit que la tangente à l'épicycloïde au point  $M$  (fig. 3) coupe la perpendiculaire  $BP$  au plan du cercle  $AMB$  en un point  $P'$ , intersection de cette perpendiculaire et du plan qui touche la sphère du rayon  $AF$  au point  $M$ ; donc la projection orthogonale de la tangente à l'épicycloïde sur le plan du cercle mobile est une droite  $MB$ , qui passe par l'extrémité du diamètre  $AB$  de ce cercle, dont l'autre

extrémité est le point de contact  $A$  du cercle mobile et du cercle fixe.

(14) Il est à remarquer que lorsque les droites  $FF'$ ,  $FC$  qui sont les lignes des pôles du cercle fixe et du cercle mobile, sont perpendiculaires entr'elles comme dans les fig. 1.  $a$ , fig. 2.  $a$ , la projection oblique  $Mp'$  et la projection orthogonale  $MB$  de la tangente à l'épicycloïde sur le plan du cercle mobile se confondent, et que le point  $p'$  se projette dans ce cas en  $B$  extrémité du diamètre  $AB$ ; c'est après avoir examiné ce cas particulier, que M. Gaultier a employé le système de projection oblique, qui l'a conduit à l'expression simple de la droite  $Bp'$ , qui détermine la position de la tangente à l'épicycloïde pour le cas général où les deux lignes des pôles font entr'elles un angle quelconque.

(15) Les fig. 1, 2, 3, étant construites ainsi que la projection de l'épicycloïde sphérique sur le plan de la fig. 1, si on demande la tangente au point  $M''$  de cette projection, on abaissera la perpendiculaire  $p'p''P''$  sur  $AD$ , et on fera  $p''P'' = p'P''$ , la droite  $M''P''$  sera la tangente demandée.

(16) J'ai fait voir (pag. 26 de ce volume) que la tangente à l'épicycloïde est l'intersection de deux plans tangens à deux sphères dont les centres et les rayons sont connus; il suit de l'article 13 que l'intersection d'un de ces plans tangens et d'une droite connue de position détermine un point de cette tangente, en sorte qu'en joignant ce point et le point de contact donné sur l'épicycloïde, par une droite, on a encore la tangente à cette courbe, comme par l'intersection des plans tangens aux sphères.

### QUESTION PROPOSÉE AU CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES DE PARIS (année 1809).

(1<sup>re</sup>. et 2<sup>e</sup>. Classes de Mathématiques des Lycées.)

On suppose une sphère, donnée de position et tournant autour d'un de ses diamètres: par le centre de cette sphère on mène un plan indéfini, qui fait un angle donné avec l'axe de rotation: chacun des points de la sphère, dans son mouvement, décrit autour de cet axe une circonférence de cercle. On suppose maintenant que dans le plan donné il y ait un point qui se meuve autour de la sphère, dans une orbite circulaire, concentrique avec elle, et à une distance si considérable que les rayons

visuels menés de ce point à toute la surface de la sphère puissent être censés parallèles entre eux. Cela posé, s'il y a des taches sur la surface de la sphère, les cercles décrits par ces taches étant vus du point éloigné, paroîtront ovales.

On demande de déterminer la figure et l'équation de ces ovales projetées sur un plan perpendiculaire à la direction des rayons visuels.

Et comme les dimensions apparentes varient suivant la position du point éloigné dans son orbite, il y aura une position où on les verra dans leur plus grande ouverture, et un autre où on les verra extrêmement aplatis et semblables à des lignes droites.

On demande de déterminer ces deux positions, en supposant toujours l'origine des rayons visuels assez éloignés du centre de la sphère, pour qu'on puisse les considérer comme parallèles : ce problème a son application dans la nature, lorsqu'on observe les taches du soleil dans les différens temps de l'année. La sphère douée d'un mouvement de rotation représente cet astre : le plan fixe est l'écliptique ; le point éloigné circulant dans ce plan se meut autour du soleil dans un orbite très-peu différent du cercle. Les taches du soleil observées de la terre, présentent dans leur mouvement de rotation autour de cet astre, les apparences successives que nous proposons de déterminer.

### *Solution qui a remporté le premier Prix au Concours général.*

Par M. VANÉECHOUT, Elève de l'Ecole Polytechnique.

Soit  $AB$  (planc. 1, fig. 4.) l'axe de rotation de la sphère,  $O$  son centre,  $D$  une des positions du point qui circule dans le plan donné. Je considère comme le plan de la figure celui qui passe par  $AB$  et  $OD$ .

Tout point  $E$  de la sphère décrit une circonférence dont le plan est perpendiculaire à l'axe, et dont le centre est sur cet axe. La projection de ce cercle sur le plan de la figure est une perpendiculaire  $EH$  à  $AB$ ; et si, dans ce plan, je prends  $EH$  pour axe de abscises, et une perpendiculaire à  $EH$  menée par le point  $E$ , pour axe des ordonnées, l'équation de la courbe que décrit le point  $E$ , est en représentant  $EI$  par  $c$ ,  $y^2 = 2cx - x^2$ .

Il s'agit de trouver l'équation de cette courbe projetée sur un

plan perpendiculaire à  $OD$ . Je choisis celui mené par le point  $E$ ; la trace  $EX'$  de ce plan est perpendiculaire à  $OD$ ; de plus, ce plan est perpendiculaire au plan de la figure (puisque l'est à  $OD$ ): il renferme donc l'axe des ordonnées que l'on suppose élevé par le point  $E$ . Je conserve cette même ligne pour axe des ordonnées, et je prends la trace  $EX'$  de ce plan pour axe des abscisses. Tout point de la courbe se projette sur le plan perpendiculaire, en y abaissant une perpendiculaire qui sera par conséquent parallèle au plan de la figure. Donc tout point de la courbe et sa projection sont également distants du plan de la figure: ainsi les  $y$  ne doivent pas être changés. Quant aux  $x$  et  $x'$ , si  $L$  est le pied de l'ordonnée d'un des points de la courbe, abaissant  $LM$  perpendiculaire sur  $EX'$ ,  $M$  sera le pied de l'ordonnée de la projection du même point. Donc  $EL$  et  $EM$  sont l' $x$  et l' $x'$  d'un même point.

Or on a  $x = \frac{x'}{\cos LEM}$ ; et l'angle  $LEM$  est égal à l'angle  $BOD$  comme ayant les côtés perpendiculaires. Représentant donc ce dernier par  $\alpha$ , il en résulte  $x = \frac{x'}{\cos \alpha}$ .

L'équation de la projection est donc :

$$y^2 = \frac{2cx'}{\cos \alpha} - \frac{x'^2}{\cos^2 \alpha} \text{ ou } y^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} x' (2c \cos \alpha - x')$$

équation d'une ellipse rapportée à son sommet.

En la comparant à l'équation générale  $y^2 = \frac{B^2}{A^2} x (2A - x)$ ,

ou à  $A = c \cos \alpha$  projection du rayon  $IE$  sur  $EX'$ ;  $\frac{B}{A} = \frac{1}{\cos \alpha}$ ,

d'où  $B = \frac{A}{\cos \alpha} = c$ . Le second axe est donc toujours égal à  $c$ . Il est donc le plus grand. Et comme  $c$  est une quantité constante, il s'ensuit que l'ellipse a plus ou moins d'ouverture selon que l'axe  $c \cos \alpha$ , ou simplement  $\cos \alpha$ , est plus ou moins grand.

Or, si  $OB'$  (fig. 5) est la projection de  $OB$  sur le plan dans lequel se trouve le point décrivant,  $OB$  étant l'axe de rotation, l'angle  $BOB' = \theta$ , est l'angle de cet axe et du plan, angle qui est donné.  $D$  étant l'une des positions du point décrivant, on a  $BOD = \alpha$ ; représentons en outre  $DOB'$  par  $\gamma$ .

Si  $a, b, c$  sont les trois angles plans d'un angle trièdre, et que  $A, B, C$  soient les angles dièdres opposés, on a :

$$\cos \alpha = \sin b \sin c \cos A + \cos b \cos c.$$

Et comme dans l'angle trièdre  $OB B' D$ , l'angle des deux plans  $BOB'$  et  $DOB$  est droit, on a  $\cos \alpha = \cos \theta \cos \gamma$ .

Donc aux accroissemens ou décroissemens de  $\cos \gamma$  répondent ceux de  $\cos \alpha$ . Donc l'ellipse s'élargit ou s'applatit, selon que le point  $D$  s'approche ou s'éloigne de  $OB'$ . La plus grande valeur  $\cos \gamma$  est 1 ; alors le point  $D$  est sur  $OB'$  et il vient  $\cos \alpha = \cos \theta$ . Le deuxième axe est  $c \cos \theta$ . C'est la plus grande valeur qu'il puisse avoir. Donc jamais la courbe décrite par une des taches ne paroîtra un cercle, à moins que  $\cos \theta = 1$  d'où  $\theta = 0$ , c'est-à-dire à moins que le plan donné ne passe par l'axe ; alors la courbe décrite paroît un cerle quand le point  $D$  est sur cet axe. Si l'on a  $\cos \theta = 0$ , d'où  $\theta = 100$ ,  $\gamma$  étant quelconque, on a  $\cos \alpha = 0$ , le second axe  $c \cos \alpha$  est aussi zéro ; et l'équation se réduit à  $x' = 0$  équation de l'axe des ordonnées. Toujours l'on voit les courbes décrites suivant des lignes droites ; et en effet, pour l'une quelconque des positions du point  $D$ , la direction  $OD$  des rayons visuels est constamment parallèle au plan de ces courbes ; ce qui explique le résultat que donne l'analyse.

$\theta$  étant quelconque, si  $\cos \gamma = 0$  d'où  $\gamma = 100^\circ$ ,  $OD$  est alors perpendiculaire à  $OB'$  ; et l'on a  $\cos \alpha = 0$ . Il arrive donc dans ce cas particulier ce qui arrive pour une position quelconque de  $D$  quand  $\theta = 100^\circ$ .

---

*Extrait d'une Lettre de M. Gergonne, Professeur de Mathématiques transcendantes au Lycée de Nîmes, département du Gard.*

10 Juillet 1809.

Dans votre intéressante feuille que je lis très-assidument, mais qui ne paroît pas aussi fréquemment que pourroient le desirer ceux qui aiment et cultivent les sciences exactes, *M. Monge* a démontré que le centre de gravité d'un tétraèdre est au milieu de la droite qui joint les milieux de deux arêtes opposées quelconques. Il y a quelque temps que j'étois parvenu au même théorème d'une manière un peu différente et fort simple, en partant d'une remarque de *Roberval* qui probablement seroit aujourd'hui tout-à-fait oubliée, si l'illustre auteur de la *Mécanique Analytique* ne lui avoit en quelque sorte assuré l'immortalité en la consignant dans ce bel ouvrage. Cette remarque consiste en ce que le centre de gravité d'un tétraèdre est le même que

le centre commun de gravité de quatre points matériels égaux en masse , qui se trouveroient situés aux quatre sommets du tétraèdre ; et cela s'aperçoit sur-le-champ , par l'identité des procédés qui conduisent à la détermination de l'un et de l'autre centre de gravité.

Or de-là résulte immédiatement le théorème de *M. Monge*. On voit en effet que le centre commun de gravité des masses situées aux deux extrémités de l'une quelconque des arêtes sera le milieu de cette arête , que le centre commun de gravité des deux autres masses sera le milieu de l'arête opposée , et qu'ainsi le centre de gravité de tout le système , et conséquemment celui du tétraèdre , sera le milieu de la droite qui joint ces deux points.

On parvient donc ainsi , par de simples considérations de statique , à démontrer que les droites qui joignent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre passent toutes par le même point , et que ce point est leur milieu commun ; le principe des momens montre de plus que la distance de ce point à un plan quelconque est le quart de la somme des distances au même plan des quatre sommets du tétraèdre ; et les mêmes considérations prouvent que les droites qui joignent les sommets d'un triangle aux milieux des côtés opposés , passent toutes par le même point , où elles se coupent en deux parties dont l'une est double de l'autre , et que la distance de ce point à un plan quelconque est le tiers de la somme des distances au même plan des sommets du triangle. On pourroit faire sans doute beaucoup d'autres applications de la statique à la géométrie.

On a vraiment lieu d'être surpris que *Roberval* n'ait pas aperçu ces diverses conséquences de l'observation qu'il avoit faite ; elles sont si simples qu'on ne pourroit , ce me semble , sans une négligence impardonnable , les passer sous silence dans des élémens de statique.

## HYDROSTATIQUE.

### *Sur la Fontaine de Heron et la Lampe hydrostatique de MM. Girard.*

Par M. HACHETTE.

Ces deux appareils sont du nombre de ceux que j'ai considérés dans mon Cours des Machines ; les principes qui servent de base à leur construction sont développés dans la solution des deux problèmes suivans.

## PREMIER PROBLÈME.

On donne trois vases  $abcd$ ,  $ABCD$ ,  $A'B'C'D'$  (fig. 6, pl. I), qu'on suppose de même forme et de même capacité ; le premier et le troisième sont remplis d'un même liquide, le deuxième contient de l'air ; on demande que le liquide du premier vase  $abcd$ , en tombant dans le deuxième vase  $ABCD$ , élève le liquide du troisième vase  $A'B'C'D'$  dans un tube  $L'N'$  à une hauteur qui soit constante, quel que soit le niveau du liquide dans le premier vase  $abcd$ .

*Solution.*

(1) Le vase  $abcd$  étant fermé de tous côtés, le tube  $LN$  conduit le liquide que ce vase contient dans le vase inférieur  $ABCD$  ; et afin que ce liquide soit remplacé par l'air atmosphérique, on fait rentrer cet air par le tube  $lm$ , dont l'extrémité  $l$  est très-voisine de  $L$ . Ce premier vase est alors semblable à certains verres à boire des oiseaux, qui se remplissent d'air à mesure qu'ils se vident d'eau. Le tube  $LN$ , ou il se termine en  $N$ , ou il se prolonge jusque dans un autre tube  $fghk$ , plein d'un liquide quelconque dont le niveau est  $nNn'$ .

(2) Il résulte de cette disposition que le liquide  $LN$  n'éprouve en  $L$  aucune pression, soit de l'air, soit du liquide contenus dans le vase  $abcd$ .

(3) Quelle que soit la position du vase  $A'B'C'D'$  par rapport aux deux autres  $abcd$ ,  $ABCD$ , on le met en communication avec ce dernier  $ABCD$  par un tube  $rst$ , qui a telle forme et telle direction qu'on veut, et qui peut même passer à travers le vase supérieur  $abcd$ . L'extrémité  $t$  de ce tube est au niveau de l'extrémité  $N'$  du tube  $N'L'$ .

(4) Tout étant ainsi disposé, il s'agit de démontrer que le liquide du vase  $A'B'C'D'$  s'élèvera dans le tube  $N'L'$  à une hauteur constante  $N'L'$ , qui sera égale à la hauteur  $LN$  du tube par lequel le liquide tombe du vase supérieur  $abcd$  dans le vase inférieur  $ABCD$  ; de sorte qu'ouvrant momentanément le robinet  $X$ , le liquide élevé dans le tube  $N'L'$  s'écoulera, et aussitôt qu'on fermera ce robinet le liquide s'élèvera de nouveau dans le tube  $N'L'$  à la hauteur  $N'L' = NL$ .

(5) Quel que soit le liquide contenu dans les vases  $abcd$ ,  $A'B'C'D'$ , la pression atmosphérique est mesurée par le poids d'une colonne de ce liquide, dont la hauteur est déterminée ; nommons  $H$  cette hauteur. Avant qu'on ait ouvert le robinet  $Y$

du tube  $LN$  qui conduit le liquide du vase  $abcd$  dans le vase  $ABCD$ , ce dernier vase est plein d'air atmosphérique dont la pression est mesurée par  $H$ ; lorsque le robinet  $Y$  a été quelque temps ouvert, et ensuite refermé, le niveau du liquide dans le vase  $abcd$  s'abaisse au-dessous de  $ab$  en  $pq$ , l'air contenu dans le vase  $ABCD$  et le tube  $rst$  se comprime, et l'augmentation de pression est mesurée par la hauteur  $LN$  (2). Nommant cette dernière hauteur  $h$ , la pression totale de l'air contenu dans le vase  $ABCD$  et le tube  $rst$  sera  $H + h$ .

(6) La force élastique de l'air qui aura passé du tube  $rst$  dans la partie supérieure du vase  $A'B'C'D'$ , et le poids du liquide que ce vase contient, l'ont en même-temps équilibre et à la pression  $H + h$  de l'air du tube  $rst$ , et à la pression atmosphérique  $H$  augmentée de la pression de la colonne liquide  $L'N'$ ; donc cette dernière pression est égale à  $h$  hauteur de la colonne liquide  $LN$ ; donc, dans l'état d'équilibre de toutes les pressions, on a constamment  $L'N' = LN$ , quels que soient les niveaux  $pq, PQ, P'Q'$ , pourvu néanmoins que le niveau  $PQ$  soit toujours au-dessous du niveau  $nN'$  dans le vase  $ABCD$ .

#### DEUXIÈME PROBLÈME.

Les vases  $abcd$ ,  $ABCD$ ,  $A'B'C'D'$  sont supposés égaux; tout est disposé comme pour le problème précédent; les pressions se font équilibre; les niveaux du liquide dans les trois vases sont indiqués par les horizontales  $pq, PQ, P'Q'$ ; on demande le rapport du volume variable du liquide  $CDPQ$  qui s'est écoulé du vase supérieur  $abcd$  dans le vase inférieur  $ABCD$ , au volume d'air  $A'B'P'Q'$  qui occupe la partie supérieure du vase  $A'B'C'D'$ ?

*Solution.*

Soit  $V$  le volume d'un quelconque des trois vases, et  $a$  sa hauteur verticale  $AC$  ou  $A'C'$ , faisant  $CP = x$ ,  $A'P' = y$ , et négligeant les volumes des tubes placés dans l'intérieur des vases, les deux volumes dont on demande le rapport ont pour expressions  $\frac{Vx}{a}$ ,  $\frac{Vy}{a}$ ; car ces volumes et le volume  $V$  sont des parallélipèdes de même base, qui sont entr'eux comme leurs hauteurs  $x$ ,  $y$  et  $a$ .

Pour trouver la relation qui existe entre les deux quantités  $x$  et  $y$ , et pour en conclure l'une au moyen de l'autre, il faut

observer que la masse d'air contenu dans le vase  $ABCD$  et dont le volume est  $V$  sous la pression  $H$ , est égale aux masses d'air des colonnes  $A'B'P'Q'$  et  $ABPQ$ ; d'où il suit : qu'en cherchant les volumes de ces trois masses d'air, dans l'hypothèse où elles seront soumises à la même pression, le volume de la première masse sera égale à la somme des volumes des deux autres masses; on conclura de cette égalité la valeur de  $x$  en  $y$ .

1°. L'air atmosphérique contenu dans le vase  $ABCD$  ayant sous la pression  $H$  un volume  $V$ , il aura sous la pression  $H+h$  un volume qui a pour expression  $\frac{HV}{H+h}$ .

2°. L'air  $ABPQ$ , ainsi que la portion d'air du tube  $rst$  (portion qu'on néglige), est soumis à la même pression  $H+h$ , et a pour volume  $V - \frac{Vx}{a}$ .

3°. L'air  $A'B'P'Q'$  est soumis à la pression  $H+h-(a-y)$ ; or, sous cette pression, il occupe un volume  $\frac{Vy}{a}$ , donc sous la pression  $H+h$  son volume devient le 4°. terme de cette proportion :

$H+h : H+h+y-a :: \frac{Vy}{a} : 4^{\text{e}} \text{ terme} = \frac{Vy(H+h+y-a)}{a(H+h)}$   
donc on aura l'équation suivante :

$$\frac{HV}{H+h} = \left( V - \frac{Vx}{a} \right) + \left( \frac{Vy(H+h+y-a)}{a(H+h)} \right)$$

d'où l'on tire :

$$x = \frac{ah + y(H+h-a) + a^2}{H+h}$$

Ainsi étant donnée la hauteur verticale  $A'P'$  de la couche d'air contenu dans le vase  $A'B'C'D'$ , on en conclura la hauteur verticale  $PC$  du liquide tombé du vase supérieur  $abcd$  dans le vase inférieur  $ABCD$ ; et parce que cette hauteur  $CP$  est égale à la hauteur  $ap$  de la couche d'air rentré dans le vase  $abcd$ , il s'ensuit que des trois niveaux  $pq$ ,  $PQ$ ,  $P'Q'$ , un étant donné, les deux autres sont déterminés.

L'appareil représenté fig. 6, pl. I, est construit sur le même principe que les lampes de MM. Girard; pour le ramener à la forme d'une fontaine de Héron, il faut 1°. supprimer le tube  $lm$ , et mettre l'intérieur du vase  $abcd$  en contact avec l'air atmosphérique; 2°. supprimer le tube  $fghk$  et prolonger le tube  $LN$

jusques vers le fond  $CD$  du vase  $ABCD$ ; 3°. enfin, il faut supprimer la partie  $st$  du tube  $rst$ ; il suit de ce qui précède que dans la fontaine de Héron la pression en  $N'$  est variable, et que, par une heureuse application des principes connus d'hydrostatique, on est parvenu à donner à cette pression une valeur constante.

---

## OPTIQUE.

### *De l'Héliostat;*

Par M. HACHETTE.

---

MM. BERTHOLLET et MALUS ont fait exécuter par M. Fortin un *héliostat* d'une nouvelle construction. L'objet de cet instrument est de donner, au moyen d'un miroir plan, mobile, une direction constante aux rayons solaires réfléchis par ce miroir; le miroir est soutenu par une tige métallique perpendiculaire à son plan; on nomme cette tige la *queue* du miroir. On a déjà démontré, dans plusieurs ouvrages de physique, que lorsque le soleil décrit un cercle de déclinaison, la queue du miroir décrit un cône oblique dont la base circulaire est parallèle à l'équateur; je vais donner une démonstration synthétique de cette proposition.

Le point où la queue du miroir (supposé réduit à une ligne droite) coupe le plan de ce miroir, peut être considéré comme le centre de la terre; car pour l'héliostat ainsi que pour les bakhans, on regarde le rayon de la terre comme nul, par rapport à la distance de la terre au soleil. Soit la figure 7, planche 1, dans laquelle  $M$  est le point du miroir pris pour le centre de la terre,  $MP$  l'axe de la terre,  $MS$  une arête du cône droit qui a pour sommet le centre de la terre et pour base le cercle de déclinaison décrit par le soleil un certain jour de l'année, enfin  $Ms$  la direction constante suivant laquelle l'image du soleil mobile doit être réfléchi; il s'agit de déterminer la position de la queue du miroir mobile, qui correspond à une position donnée du soleil dans le cercle de déclinaison.

Supposons que les points  $P, S, s$ , soient placés sur la sphère dont le centre est en  $M$ ; le cercle de déclinaison décrit

par le soleil sera sur cette même sphère ; et désignant par  $S, S', S'', \dots$  les différentes positions du soleil, la direction des rayons solaires correspondante à ces positions sera successivement  $MS, MS', MS'', \dots$  or, la direction constante des rayons réfléchis est  $Ms$  ; donc le miroir doit se mouvoir de manière que sa queue divise en deux parties égales les angles  $sMS, sMS', sMS'', \dots$ . Mais les droites  $Ms, MS$  sont d'égale longueur comme étant les rayons d'une même sphère. Il en est de même des droites  $Ms, MS'$ , des droites  $Ms, MS'', \dots$  donc la queue du miroir divise en deux parties égales les droites  $sS, sS', sS'', \dots$  or, ces droites sont les arêtes d'un cône oblique qui a son sommet au point  $s$ , et dont la base est le cercle de déclinaison  $S, S', S'', \dots$  ; donc le milieu de ces arêtes appartient à un autre cercle dont le rayon est moitié du rayon du cercle de déclinaison ; ce dernier cercle est évidemment la base du cône oblique décrit par la queue du miroir, qui, dans toutes ses positions, passe par le point  $M$ , sommet de ce cône.

Pour suivre cette démonstration, il faut se représenter à-la-fois une sphère céleste avec le pôle et un cercle de déclinaison ; un cône droit qui a pour sommet le centre de la sphère et pour base le cercle de déclinaison ; un premier cône oblique qui a même base que le cône droit, et dont le sommet est au point où le rayon réfléchi de direction constante coupe la sphère ; enfin un second cône oblique, décrit par la queue du miroir qui a son sommet au centre de la sphère, et dont la base est le cercle qu'on obtient en coupant ce premier cône oblique par un plan perpendiculaire sur le milieu de sa hauteur.

L'aiguille d'une horloge fixe dont le cadran est placé parallèlement à l'équateur, conduit l'extrémité de la queue du miroir de l'héliostat, et lui fait parcourir une circonférence entière en 24 heures. Au moyen d'une échelle graduée, on détermine, par rapport au plan fixe horizontal, la position variable du sommet du cône oblique, qui correspond aux différentes déclinaisons du soleil ; c'est d'après le calcul numérique donné par M. Malus à M. Fortin, que cet artiste a exécuté l'héliostat du cabinet de M. Berthollet. Le calcul analytique devient extrêmement simple lorsqu'on suppose que le rayon réfléchi en direction constante est dans le plan du méridien ; cette hypothèse est d'ailleurs conforme à ce qui se pratique ordinairement.

## FORTIFICATION.

(1) *Sur une nouvelle manière de défendre les Places ;*

Par M. CARNOT.

Il y a bien des années que j'ai imaginé une nouvelle manière de défendre les places ; mais je ne l'ai point fait connoître jusqu'à présent, parce qu'elle auroit pu être employée contre la France elle-même par les ennemis : je me réservais de prendre à cet égard l'initiative dans une occasion importante, si je me trouvois un jour chargé de la défense d'une place assiégée, comme cela pouvoit arriver par les fonctions de mon état. Mais aujourd'hui que les ennemis n'ont presque plus de forteresses, tout ce qu'on pourra trouver d'utile pour perfectionner l'art défensif doit tourner presque exclusivement à l'avantage des frontières françaises : c'est pourquoi je n'hésite plus à rendre publique mes anciennes réflexions.

Si le moyen que j'ai à proposer mérite quelque attention, c'est sans doute par son extrême simplicité, qui le rend applicable partout, et indépendant de tout système de fortification ; qu'il n'exige l'emploi d'aucune arme nouvelle, et qu'à proprement parler il n'a rien de nouveau lui-même, puisqu'il ne consiste que dans l'emploi plus fréquent d'un moyen déjà usité ; ce moyen est celui des feux verticaux, que je propose de multiplier prodigieusement dans la défense des places, et dont je vais discuter les effets sous ce nouveau rapport. Ce n'est pas d'aujourd'hui qu'on a senti l'utilité de ces feux verticaux multipliés. « Comme » les pierres et les grenades ( dit M. de Vauban ) jetées avec des » mortiers, font plus de mal encore que les bombes, et qu'elles » tuent et blessent beaucoup plus de monde, il faudra s'en pré- » cautionner de son mieux. »

Mais l'effet de ces feux verticaux n'ayant point été exactement analysé, on n'a pu apprécier le ravage extrême qu'ils peuvent occasionner, et l'on n'en a jamais fait la base de la défense, comme je le propose ici.

Un fusilier qui tire de derrière un parapet, est obligé de se

---

(1) Ce Mémoire est extrait de l'ouvrage annoncé page 118.

découvrir beaucoup. Un canon que l'on tire , soit à barbette, soit même par une embrasure , reste fort exposé à tous les coups de l'assiégeant, ainsi que ceux qui le servent; et de plus, les feux horizontaux qui partent des fusils et des canons de la place vont presque tous se perdre dans les parapets des tranchées et des sapes de l'ennemi. Mais si, au lieu de tirer horizontalement, le fusilier tiroit obliquement en l'air, comme par exemple, sous l'angle de  $45^{\circ}$ , et si au lieu du canon on faisoit usage du mortier sous le même angle, il ne seroit pas nécessaire de faire des coupures dans les parapets pour les embrasures; les fusiliers et les mortiers se trouveroient entièrement à couvert des feux directs, et l'on conçoit même qu'en s'enfonçant au-dessous du parapet il seroit facile d'établir des blindages qui garantiroient les hommes attachés à ces batteries, des bombes et des ricochets. Il reste donc à savoir quel est le degré d'efficacité de ces feux verticaux, substitués, comme je le propose, à la plus grande partie des feux horizontaux.

Je suppose qu'on ne commence à faire usage de ces feux verticaux qu'à l'établissement de la troisième parallèle, parce qu' auparavant les coups seroient trop incertains; depuis cette époque jusqu'à l'ouverture des brèches il se passera au moins dix jours, suivant les calculs les plus restreints. Il s'agit donc de savoir quel sera, pendant ces dix jours, l'effet qu'auront produit dans l'armée assiégeante les feux verticaux tirés de la place.

La troisième parallèle étant supposée à 50 toises des angles flanqués des bastions et de la demi-lune, et le côté extérieur du polygone étant supposé de 180 toises, le champ occupé par l'armée assiégeante, entre les deux capitales des bastions attaqués, sera à-peu-près de 180 toises, multipliées par 50 toises ou 9000 toises carrées; mais je les porte à 15000 toises carrées pour calculer sur le *minimum* d'effet, et pour tenir lieu de l'espace occupé par l'ennemi, à droite et à gauche du front attaqué, parce qu'en effet les bonnes règles exigent qu'il s'étende des deux côtés, en débordant les capitales, pour embrasser le front et contenir l'assiégé.

Maintenant, sur cette étendue de 15000 toises carrées, il faut savoir la superficie que couvrent réellement par leurs corps les hommes de l'armée assiégeante, qui composent les travailleurs et la garde de la tranchée. On compte ordinairement que ce nombre d'hommes doit être au moins les trois quarts de celui qui forme la garnison, parce qu'il faut toujours que cette garde soit en état de repousser la sortie que pourroit faire la garnison toute entière. Supposant donc seulement une garnison de 4000 hommes, il faudra au moins 3000 hommes de garde à la tranchée; c'est-à-dire, que le nombre des assiégeans répandus sur les

avenues de la place sera au moins de 3000 hommes ; et puisque ces avenues occupent, comme on l'a dit ci-dessus, un espace de 15000 toises carrées, le nombre des assiégeans sera la cinquième partie du nombre des toises carrées occupées par les mêmes avenues, c'est-à-dire, dans la proportion d'un homme sur cinq toises carrées.

Supposons maintenant que la projection du corps d'un homme sur une surface horizontale soit seulement d'un pied carré, il faudra 36 hommes pour occuper pleinement et sans interstices la valeur d'une toise carrée ; donc le nombre des assiégeans étant d'un homme pour 5 toises carrées, sa projection sera d'un pied carré sur 180, c'est-à-dire, que la superficie occupée réellement par les individus qui composent l'armée assiégeante sera la 180<sup>me</sup> partie de tout le champ sur lequel s'étendent ses travaux.

Il suit donc de là qu'en général, sur 180 coups tirés de la place en ligne inclinée ou parabolique, un doit frapper l'ennemi dans une longue série de décharges : c'est le *minimum* des effets que puissent produire les feux verticaux, parce que j'ai supposé toutes les données beaucoup au-dessous de ce qu'elles sont réellement. Par exemple, j'ai supposé l'assiégeant uniformément répandu sur le terrain qu'il occupe ; or, environ la moitié de ce terrain est prise par les fossés où l'ennemi n'est pas encore, il est concentré sur le glacis, où il est facile de concentrer aussi tous les feux verticaux, ce qui en double à-peu-près l'effet, surtout en dirigeant ces feux sur les capitales où l'ennemi est plus rassemblé. De même, j'ai évalué à un pied carré seulement la projection du corps d'un homme ; mais un travailleur courbé, un homme qui marche ou qui a les bras en mouvement, offre bien plus de prise ; et d'ailleurs la ligne décrite par la balle ne le frappe pas perpendiculairement, elle vient sous un angle qui approche de 45°, et sous cette direction un homme présente une surface plus que double de celle de sa projection sur un plan horizontal. Il est donc clair que l'effet des feux verticaux est beaucoup plus considérable que nous ne l'avons supposé ; que le calcul seroit encore fort restreint, quand nous supposerions que sur 50 balles lancées en l'air il y en a une qui porte ; mais pour éviter les fausses objections, nous nous en tiendrons à notre premier résultat, que sur 180 balles lancées une seulement frappe l'ennemi.

Je suppose qu'on établisse seulement six mortiers de douze pouces sur le rempart des deux bastions attaqués et de la demi-lune, c'est-à-dire deux sur chacun de ces ouvrages, à l'angle flanqué dans le sens de la capitale, sur les zigzags de l'ennemi, parce que c'est là, comme nous venons de le dire, qu'il se trouve le plus rassemblé.

J'observe d'abord qu'en s'établissant derrière le parapet , redressant intérieurement ce parapet perpendiculairement à la capitale , s'enfonçant de douze ou quinze pieds dans le terre-plein du rempart , s'épaulant de droite et de gauche, et blindant la batterie à l'épreuve de la bombe, de manière à ne laisser que le jour nécessaire pour que le feu s'échappe librement sous l'angle de  $45^{\circ}$ . J'observe, dis-je, d'abord, que cette batterie de deux mortiers, l'un à droite, l'autre à gauche de la capitale, se trouvera parfaitement à l'abri des bombes et des ricochets, aussi bien que des feux directs. Les derrières de la batterie seront laissés tout ouverts pour éviter la fumée, et on fera régner autour soit une barrière, soit un petit fossé plus bas encore que le sol de cette batterie, pour éviter les éclats des bombes qui pourroient tomber aux environs.

Le mortier de douze pouces, dont la bombe pèse 150 livres, peut lancer un poids égal de petites balles de fer battu, d'un quart de livre chacune; ce qui fera six cents balles à chaque coup; ainsi les deux mortiers de la batterie lanceront ensemble, à chaque décharge, douze cents balles; et par conséquent les six mortiers des trois batteries en lanceront, à chaque décharge, 3600. Donc, puisque sur 180 balles une doit porter, sur les 3600 il y en aura 20 qui porteront; c'est-à-dire qu'à chaque décharge des trois batteries il y aura 20 des assiégeans mis hors de combat.

Il nous reste à savoir combien de décharges on peut faire dans les 24 heures, tant du jour que de la nuit.

Je suppose que de chaque mortier on tire cent coups par jour; ce qui fait à-peu-près un quart-d'heure d'intervalle d'un coup à l'autre. Puisque les batteries mettent hors de combat 20 hommes à chaque décharge, il y aura pour chaque jour, depuis l'établissement de la troisième batterie, 2000 hommes hors de combat, et par conséquent pendant les dix jours compris jusqu'à l'attaque des brèches, 20000 hommes.

La force de la garnison a été supposée de 4000 hommes; supposant donc l'armée assiégeante cinq fois aussi forte, elle se trouvera de 20000 hommes; c'est-à-dire, qu'elle sera entièrement détruite, avant seulement que d'être en mesure d'insulter les brèches.

Si la garnison étoit plus forte, l'ennemi perdrait des siens en proportion, de sorte que pour une garnison de 10000 hommes, il en perdrait 50000 par la seule action des feux verticaux, indépendamment des autres genres de défense et des maladies.

Je n'ai supposé que dix jours depuis l'établissement de la troisième parallèle jusqu'à l'attaque des brèches; mais quelle est la place qui n'en exige pas le double ou le triple? Or, le nombre

d'hommes perdus par l'assiégeant deviendra aussi double ou triple ; mais j'ai voulu prévenir tous les sujets de contestation, en adoptant le *minimum* même des calculs que j'ai réfutés ailleurs. Par cette même raison j'ai supposé que chaque mortier ne tiroit qu'un coup par quart-d'heure, quoiqu'on puisse facilement lui en faire tirer le double sans échauffer la pièce.

Il est donc impossible de réduire une place quelconque, soit petite, soit grande, défendue de cette manière, à moins qu'on n'invente quelques nouveaux moyens d'attaque, quoique ces moyens soient aujourd'hui regardés comme parvenus au *maximum* de leur perfection.

Si l'assiégeant, pour se soustraire à cette pluie de balles, essaie de cheminer sous des blindages, on conçoit qu'à la moindre sortie il sera mis dans la plus grande confusion ; car comment se dégagera-t-il de ces longues galeries blindées, pour faire tête à l'assiégé ? Comment réparera-t-il, à chaque fois, le désordre occasionné dans ses logemens ? Comment empêchera-t-il qu'on ne les culbute ou qu'on ne les brûle ? Et où trouvera-t-il une assez grande quantité de bois pour suffire à un semblable travail, abstraction faite du temps énorme qu'il faudroit pour l'exécuter ?

Si l'assiégeant prend le parti de cheminer sous terre, en se bornant à attaquer par les mines, il se réduira de lui-même à une condition pire que celle de l'assiégé qui a ses contre-mines préparées : il ne pourra plus avoir de batteries, au moins rapprochées, puisqu'elles ne seroient plus gardées ; l'assiégé conservera donc tout son feu, et il est évident qu'un pareil siège est impossible.

Observons que la garnison n'est point du tout exposée, ni fatiguée par ce nouveau genre de défense ; qu'elle roule toute entière sur quelques compagnies de bombardiers, qu'il n'y a ni canons démontés, ni affûts brisés ; qu'il s'agit seulement de seconder cette opération par des sorties faites à propos, pour inquiéter l'ennemi et le forcer d'avoir toujours grand monde à la garde des tranchées, afin d'augmenter l'effet des feux verticaux qui doivent le détruire ; qu'enfin il est important surtout d'y joindre la guerre souterraine qui coûte fort peu d'hommes, afin de gagner du temps et d'arrêter l'ennemi, le plus possible, sous la grêle des balles.

Ce genre de défense a encore cela de particulier, que l'assiégeant ne peut user de réciprocité envers l'assiégé ; car celui-ci laisse agir ses mortiers qui sont sous des blindages, en se tenant lui-même sous les abris de la place ; tandis que l'assiégeant est obligé de cheminer à ciel ouvert, et de conserver toujours dans ses tranchées un nombre d'hommes suffisant pour les garder contre les sorties imprévues de l'ennemi.

Je n'ai supposé que six mortiers en activité : on peut en mettre beaucoup plus, et les placer ailleurs qu'aux points indiqués : par exemple, dans les premiers jours, on peut les mettre sur les saillans du chemin couvert, et pendant les derniers, sur la courtine ou le milieu de la tenaille. Le lieu le plus convenable pour enfiler les branches du chemin couvert est sur les deux faces de la demi-lune, aux points où elles sont rencontrées par le prolongement de la crête du chemin couvert des bastions, et sur les faces des bastions, aux points où elles sont rencontrées par les prolongemens de la crête du chemin couvert de la demi-lune. En plaçant deux nouveaux mortiers à chacun de ces quatre points, on en aura en tout quatorze, qui couvriront sans cesse tout le glacis de projectiles, et ne permettront certainement pas que l'ennemi s'y établisse.

On peut aussi suppléer aux mortiers de 12 pouces par d'autres de 10 ou de 8, par des obusiers, ou même par des pierriers qu'on chargeroit, si l'on veut, de balles. Ces balles ne devant être portées qu'à 50 toises au plus, la charge de poudre seroit très-petite, fatiguerait peu les pièces, et n'occasionneroit que peu ou point de recul, ce qui en rendroit le service facile.

Enfin on peut, comme je l'ai dit au commencement, employer de simples fusiliers qu'on exercera à tirer sous l'angle d'à-peu-près  $45^{\circ}$ , et qu'on pourra placer, soit le long de la courtine, soit dans les fossés, auprès des angles flanqués, vis-à-vis des capitales, où l'on pourra même, si l'on veut, établir des blindages pour ces fusiliers.

En se servant des mortiers, pierriers ou obusiers, il sera nécessaire de faire auparavant quelques coups d'épreuve, pour régler les portées, et faire varier, au besoin, l'angle du pointage.

Il me reste à dire un mot sur la dépense qu'entraîne ce nouveau mode. Comme il s'agit seulement ici de six mortiers, ou, si l'on veut, de 12 ou 15, qui tirent de quart-d'heure en quart-d'heure, avec de très-petites charges de poudre, et que cela dispense de tirer grand nombre d'autres pièces d'artillerie, il est évident que l'économie, en argent aussi bien qu'en hommes, est un nouvel avantage de cette méthode. Quoique j'aie supposé les balles faites de fer battu, comme les charges de poudre seront fort petites, il est possible que les balles de fer fondu puissent résister aux chocs sans se briser, ce qui épargneroit considérablement sur la dépense. Mais en supposant le contraire, ce que l'expérience peut apprendre facilement, il ne seroit pas nécessaire, pour cela, d'avoir de grandes provisions de fer battu : il suffiroit d'avoir des barres ordinaires de fer carré, depuis huit jusqu'à douze lignes d'équarrissage; ces barres, qui

peuvent servir à toutes sortes d'usage, seroient coupées pendant le siège même, en morceaux longs d'un pouce à-peu-près; et sans se donner la peine de les arrondir, on chargeroit de cette mitraille les mortiers, obusiers ou pierriers, ce qui produiroit le même effet que les balles: et non-seulement on feroit usage de ces fers tenus en magasins et toujours utiles, mais on en trouveroit des provisions toutes faites chez les serruriers et maréchaux de la ville; il seroit à propos que tout cela fût ensaboté et appuyé sur un culot de fer, placé au fond de l'âme de la pièce.

---

## §. II. SCIENCES PHYSIQUES.

### *Sur la décomposition de l'Eau par le Diamant.*

( Lu à l'Institut, le 31 Juillet 1809, par M. GUYTON-MORVEAU. )

Dans la suite des expériences sur le diamant et les substances tenant carbone, que j'ai entreprises, et dans lesquelles j'ai eu pour collaborateurs MM. Hachette, Clément et Darcet, et dont je me propose de présenter à la Classe les résultats, lorsque les dernières vérifications en auront été faites, nous avons pensé qu'il seroit intéressant d'examiner l'action du diamant sur l'eau, et si, à une température très-élevée, la force d'aggrégation du diamant ne feroit pas obstacle à son affinité pour l'oxygène de l'eau.

Nous avons employé, pour cette expérience, le fourneau et le tube de platine, qui font partie du grand appareil (1), dont je donnerai la description complète dans le mémoire où je réunirai les observations que nous avons recueillies dans le cours de ce travail, et les conséquences qu'elles présentent.

Avant que d'exposer le diamant à l'action de l'eau, il falloit d'abord s'assurer que le tube de platine chauffé au rouge blanc n'avoit lui-même aucune action sur l'eau, et qu'aucune partie de

---

(1) Le Conseil d'instruction de l'École Impériale Polytechnique ayant invité deux de ses membres, MM. Guyton et Hachette, à continuer les expériences qu'ils avoient commencées sur le diamant, il a autorisé l'emploi des fonds nécessaires pour acquérir cet appareil, et pour le rendre propre aux diverses expériences dont il sera rendu compte.

l'appareil ne donnoit lieu à un dégagement de gaz hydrogène par le contact de l'eau portée en vapeurs.

Tel a été le résultat d'une expérience préliminaire.

On a mis ensuite dans le tube une petite cage de platine percée de plusieurs trous, contenant un diamant brut cristallisé, du poids de 268 milligrammes, et de petits éclats de diamant brisés pour offrir plus de surface, et dont le poids étoit de 331. 5 milligrammes.

Après avoir adapté à l'entrée du tube une petite cornue de verre tenant demi-centilitre d'eau, et à la sortie un tube plongeant dans l'eau de barite et communiquant par un siphon sous la cloche, les jointures bien lutées, on a échauffé le tube, jusqu'à rougir le fourneau, et on a mis le feu sous la petite cornue, pour faire passer l'eau en vapeur.

Lorsqu'on a vu dans la cloche une suffisante quantité de gaz pour le soumettre à l'épreuve, on a arrêté l'opération, n'ayant pas l'intention de sacrifier ces diamans à la solution d'une question qui n'exigeoit qu'un premier effet.

100 parties du gaz reçu sous la cloche hydropneumatique furent introduits dans l'eudiomètre de Volta, avec cent de gaz oxygène.

Après la détonnation il y eut 103 de diminution de volume.

Les 97 restans furent remises dans l'eudiomètre, avec une nouvelle mesure de 100 parties de gaz oxygène; il n'y eut pas d'inflammation.

L'eau de barite introduite dans ce mélange l'a réduite à 192, et par conséquent produit une absorption de 5 parties, qui ne peuvent appartenir qu'aux 100 du gaz de la cloche introduite d'abord dans l'eudiomètre.

L'épreuve répétée sur 50 autres parties du même gaz, avec 50 parties du gaz oxygène, le mélange a été réduit par la détonnation à 50.

Les diamans ayant été retirés du tube de platine, celui qui pesoit. . . . . 08. 2680

n'a plus pesé que . . . . . 0. 2668.

---

0. 0012.

et s'est ainsi trouvé avoir perdu 12 décimilligrammes; il étoit devenu plus blanc; et sa surface étoit moins égale.

Les diamans brisés restans se sont trouvés peser 33 centigrammes très-juste.

Et comme il est très-probable qu'à raison de leur surface ils ont perdu par la combustion au moins autant que le gros diamant en proportion de leur masse, on peut, sans erreur sensible, estimer la portion de diamant brûlée dans cette opération, savoir :

Déchet sur le gros diamant . . .	0g. 0012
sur les petits. . . . .	0. 0015
<hr/>	
Total, 27 décimilligrammes	0. 0027.

Supposant donc que la combustion du diamant donne les mêmes résultats que celle du charbon, et partant des rapports de 0,735 d'oxygène et 0. 265 de carbone pour la composition du gaz acide carbonique; et de 0. 85662 d'oxygène, 0,14338 d'hydrogène, pour la composition de l'eau, on a :

Eau décomposée . . . . .	8. 797
Hydrogène rendu libre . . .	1. 261
Oxygène uni au carbone . . .	7. 536
Acide carbonique formé. . .	10. 186

Si l'on fait attention que le gaz avoit d'abord passé dans l'eau de barite, et qu'ainsi les 0. 05 de gaz acide carbonique retrouvés après la détonnation dans l'eudiomètre, n'étoient qu'une portion échappée au flacon intermédiaire, on voit un accord assez parfait de ces résultats pour conclure que le diamant mis en contact à une haute température, avec l'eau en vapeur, la décompose comme le charbon, forme avec son oxygène de l'acide carbonique, et met en liberté l'hydrogène, qui prend avec le calorique le caractère de gaz.

### *De la décomposition de l'Eau par le Plomb.*

Par M. GUYTON-MORVEAU.

M. Guyton-Morveau a lu, en août 1809, à la classe des Sciences Physiques et Mathématiques, un mémoire sur le plomb; il résulte des expériences rapportées dans ce mémoire, que la pesanteur spécifique du plomb étant 11,358, et celle de l'eau 1, la densité de ce métal s'accroît par la compression, et qu'on élève sa pesanteur spécifique de 11,358 à 11,388; Muschembrock

avoit avancé que le plomb, en s'écrouissant, diminueoit en pesanteur spécifique ; M. Guyton a fait disparaître cette anomalie, en prouvant que le plomb, ainsi que tous les autres métaux, augmente, en s'écrouissant, de pesanteur spécifique. Un autre phénomène a appelé son attention ; il avoit remarqué que l'eau distillée dans laquelle il tenoit le plomb suspendu au moyen de la balance hydrostatique, prenoit bientôt un aspect laiteux, et qu'il s'y formoit à la longue un dépôt de flocons blancs ; frappé de ce phénomène, il s'est assuré que l'eau distillée agit sur le plomb spontanément et sans le secours de l'agitation ; que cette action a lieu même sur le plomb réduit du muriate, qu'elle a lieu dans l'eau distillée en vaisseaux de verre ; que cette action cesse absolument quand cette eau a été privée d'air par l'ébullition ou sous le récipient de la machine pneumatique ; qu'elle s'arrête quand l'air que l'eau pouvoit fournir est épuisé ; qu'elle recommence quand on en restitue à l'eau ; que la présence d'un sel neutre quelconque, tels que les sulfates, nitrates, muriates, en quelque petite quantité que ce soit, comme de deux millièmes de sulfate de chaux, suffit pour faire obstacle à cette action, et que c'est uniquement à cette circonstance qu'est due la conservation du plomb sans altération, dans l'eau de la Seine, les eaux de puits, etc., soit en vaisseaux fermés, soit en vaisseaux ouverts ; tellement que ce métal peut être regardé comme un des réactifs les plus fidèles pour juger la pureté de l'eau, lorsqu'elle ne tient pas des sels avec excès d'acide (1).

### *De l'Analyse des Matières animales et végétales.*

Par MM. GAY-LUSSAC et THÉNARD.

Amener les substances animales et végétales à un degré de dessiccation correspondant à une température constante, les transformer en gaz par la combustion, déterminer exactement les quantités de gaz qui composent un poids donné de ces substances, tel est le problème que MM. Gay-Lussac et Thénard ont résolu à l'aide d'un appareil extrêmement simple, dont nous allons donner la description.

---

(1) Depuis que M. Guyton a publié ces expériences sur le plomb, MM. Gay-Lussac et Thénard ont observé que les effets électriques des piles de Volta étoient nuls lorsqu'on séparoit les couples métalliques par de l'eau distillée bien pure et privée d'air, et qu'ils étoient encore très-foibles lorsque l'on restituoit de l'air à l'eau.

Cet appareil fig. 4, pl. II, consiste en un tube de verre AB, fermé dans la partie supérieure E par un robinet, et percé latéralement d'une ouverture B, d'où part un autre tube courbé BCD dont l'extrémité D correspond au goulot d'un flacon rempli de mercure; ce second tube est soudé au premier ABE; le robinet E est en cuivre; sur le milieu de la clef de ce robinet on a pratiqué une petite cavité, destinée à recevoir une portion de la substance qu'on veut analyser; en tournant cette clef, la substance tombe de la cavité sur le fond A du tube AB; on chauffe ce tube au moyen d'une lampe à esprit-de-vin HK, qu'on approche graduellement de l'extrémité A du tube; on a même la précaution de poser d'abord sur une grille FG quelques charbons rouges, avant de faire usage de la lampe.

Il est très-important que le robinet E ferme exactement; pour ôter tout accès à l'air, on enduit la clef du robinet d'une graisse un peu ferme, que l'on conserve dans cet état au moyen d'une petite quantité de glace retenue par l'entonnoir LM; la chaleur communiquée par le tube AB est employée à fondre la glace, et la température du robinet ne change pas sensiblement.

La méthode d'analyse de MM. G. et T. consiste à mêler un poids donné de la substance à analyser avec une quantité déterminée de muriate suroxigéné de potasse; à diviser le mélange en petites boulettes, à les introduire une à une par la cavité de la clef du robinet dans l'intérieur du tube chauffé à la température qui convient au dégagement de l'oxygène du muriate suroxigéné; enfin à recueillir les gaz qui passent par le tube BCD dans le flacon à mercure N.

On prend pour la température constante à laquelle on dessèche toutes les substances à analyser, celle de l'eau bouillante; ensuite on détermine la quantité d'oxygène qui se dégage d'un poids donné du muriate suroxigéné destiné aux combustions; 5 grammes du muriate suroxigéné fondu dont MM. G. et T. se sont servis, ont donné 128 centilitres de gaz oxygène, dont le poids est d'environ 1,78 gramme; en recherchant la quantité de muriate qu'il faut employer pour décomposer la substance à analyser, ils ont trouvé que pour une partie de sucre, de gomme, d'amidon, de sucre de lait, et autres substances analogues, il falloit 6 parties de muriate suroxigéné, et 12 parties de ce sel pour une des huiles ou des résines; le résidu de la combustion est toujours du muriate de potasse qui ne contient plus de charbon.

Les substances végétales ne contenant pas d'azote, elles ne donnent pas, en brûlant, d'acide nitrique, et on ne doit pas craindre d'employer plus de sel qu'il n'en faut pour brûler tout l'hydro-

gène et le charbon qu'elles contiennent ; mais pour l'analyse des substances animales on emploie moins de sel qu'il n'en faut pour brûler tout l'hydrogène et le charbon qu'elles contenoient. Et néanmoins on doit en employer assez pour que toute la substance animale soit convertie en gaz, et qu'elle ne laisse pour résidu que du muriate de potasse sans charbon ; on forme dans ce cas une assez grande quantité de gaz hydrogène oxicarburé, qui se trouve avec le gaz acide carbonique et l'azote ; l'analyse de ce mélange se fait par les moyens ordinaires ; les gaz qui résultent de la combustion des substances végétales peuvent aussi contenir des gaz inflammables ; s'ils en contiennent, on en détermine la quantité en les mêlant avec le quart ou le cinquième de leur volume de gaz hydrogène, et en allumant le mélange dans l'eudiomètre au mercure par l'étincelle électrique ; l'addition d'un volume connu de gaz hydrogène est nécessaire, parce qu'on sait qu'un mélange d'oxygène et d'une très-petite quantité d'hydrogène ne s'enflamme pas par l'étincelle électrique ; pour une partie de substance animale tels que la fibrine, l'albumine, la gélatine, la matière caseuse, on emploie 4 parties de muriate suroxygéné.

Lorsqu'on veut analyser les acides végétaux, on les combine avec une base ; par exemple, avec la chaux, et on détermine très-exactement la quantité d'acide que le sel contient ; comme une portion d'acide carbonique se combine avec la base, on le dégage par un acide, et on en tient compte.

On sait que les volumes d'hydrogène et d'oxygène qui composent un poids donné d'eau sont dans le rapport de 2 à 1, et les poids de ces volumes sont dans le rapport de 12 à 88 ; les poids d'hydrogène et d'oxygène qu'on obtient des substances sucrées sont dans le même rapport ; dans les acides végétaux l'oxygène est en excès par rapport à l'hydrogène pour la formation de l'eau ; mais ils n'en contiennent pas assez pour convertir tout l'hydrogène en eau et le charbon en acide carbonique ; dans les substances telles que les huiles, les résines, etc., il y a un excès d'hydrogène par rapport à l'oxygène, pour la formation de l'eau ; ces substances sont, de tous les corps, les plus charbonnées.

Les substances animales contiennent une telle quantité d'hydrogène, d'oxygène et d'azote, qu'il en résulteroit, d'une part, de l'eau, et de l'autre probablement de l'ammoniaque ; cependant, d'après l'analyse déjà faite des quatre matières animales, la fibrine, l'albumine, la gélatine, la matière caseuse, on donne à l'oxygène obtenu la portion d'hydrogène nécessaire pour la formation de l'eau, et il y a encore en excès environ

un centième de cet hydrogène pour transformer l'azote en ammoniaque ; ce qu'il y a de certain , c'est que plus une substance animale contient d'hydrogène en excès par rapport à l'oxygène pour la formation de l'eau , et plus elle contient d'azote ; ces résultats sur la composition des substances animales et végétales sont extrêmement remarquables par leur généralité.

*De l'usage de l'Appareil , planch. 2 , fig. 4.*

On prend les quantités convenables de matière végétale ou animale , et de muriate suroxygéné de potasse desséché à la température de l'eau bouillante ; on les pèse exactement , et on les mêle intimement sur un porphyre ; ensuite on les humecte suffisamment pour les mettre en petites boulettes qu'on fait encore dessécher à la température de l'eau bouillante ; après avoir fait rougir le tube , on y introduit par le robinet un certain nombre de boulettes qu'on ne pèse pas ; les gaz qui résultent de la combustion de ces boulettes prenant la place de l'air contenu dans l'appareil , on est dispensé de toute correction relative à cet air ; lorsqu'on s'est assuré que tout l'air de l'appareil est chassé , on introduit par le robinet un poids donné de boulettes , et on recueille les gaz sur le bain au mercure pour en faire l'analyse.

Si c'est un acide végétal dont on fait l'analyse , il faut peser exactement les boulettes qu'on emploie pour chasser l'air de l'appareil , afin de tenir compte de l'acide carbonique que la base de ces boulettes retient.

On voit en (a), (b), (c), *fig. 5* , une petite main , une spatule et un crochet qui servent à introduire les boulettes dans la cavité de la clef du robinet E ; on appuie l'extrémité de la main (a) *fig. 5* , sur l'entonnoir e , *fig. 4* , qui termine le robinet E.

La *fig. 6* représente le robinet et ses différentes parties sur une échelle de 2 décimètres pour mètre.

Les substances végétales que MM. G. et T. ont analysées par ce procédé , sont :

Les acides oxalique , tartareux , citrique , muqueux , acétique ; la gomme , le sucre , sucre de lait , principe cristallisable de la manne ; résine de térébenthine , copal , huile d'olive , cire ; bois de chêne , de hêtre.

Les matières animales qui ont été analysées , sont : la fibrine , la gélatine , la matière caséuse ; le tableau suivant offre les résultats de quelques-unes de ces analyses.

100 PARTIES EN POIDS DE	CARBONE.	AZOTE.	OXIGÈNE et HYDROGÈNE <i>Dans le rapport de 12 à 88, qui convient pour la formation de l'eau.</i>	OXIGÈNE. <i>En excès d'après le rapport de 12 à 88.</i>	HYDROGÈNE. <i>En excès d'après le rapport de 12 à 88.</i>
Acide oxalique. ( <i>Le plus oxygéné des acides végé- taux.</i> )	26,566	"	22,875.	50,559	"
Acide acétique. ( <i>Le moins oxy- géné des acides végétaux.</i> )	50,224	"	46,908.	2,868	"
Sucre de canne cristallisé . . . . .	40,794	"	59,206	"	"
Sucre de lait cristallisé . . . . .	36,170	"	63,830	"	"
Bois de hêtre. . .	51,192	"	48,808	"	"
Huile d'olive . . .	77,213	"	10,712	"	12,075.
Résine du Pin . .	75,944	"	15,156	"	8,900.
Matière caséuse..	57,190	18,352	18,778	"	5,680.
Fibrine . . . . .	51,675	16,331	26,607	"	5,387.

Les expériences de MM. Gay-Lussac et Thénard sont remarquables par les conclusions suivantes qu'ils en ont tirées :

1°. Une substance végétale est toujours acide , lorsque dans cette substance l'oxygène est à l'hydrogène dans un rapport plus grand que dans l'eau.

2°. Une substance végétale est toujours résineuse ou huileuse, ou alcoolique , toutes les fois que , dans cette substance , l'oxygène est à l'hydrogène dans un rapport plus petit que dans l'eau.

3°. Une substance végétale n'est ni acide ni résineuse , et est analogue au sucre , à la gomme , à l'amidon , au sucre de lait , à la fibre ligneuse , au principe cristallisable de la manne , toutes les fois que , dans cette substance , l'oxygène est à l'hydrogène dans le même rapport que dans l'eau ; ainsi , en supposant pour un instant que l'hydrogène et l'oxygène fussent à l'état d'eau dans les substances végétales , les acides végétaux seroient formés de carbone , d'eau et d'oxygène ; les résines , les huiles , etc. le seroient de carbone , d'eau et d'hydrogène ; enfin le sucre , la gomme , l'amidon seroient seulement formés de carbone et d'eau , et ne différeroient que par les quantités plus ou moins grandes qu'elles en contiendroient.

---

### §. III. ANNONCE D'OUVRAGES.

*Cours complet de Mathématiques pures* , 2 vol. in-8°. ; par M. FRANCŒUR , ex-élève , l'un des examinateurs temporaires pour l'admission à l'Ecole Polytechnique , etc. PARIS , 1809.

---

*Application de l'Algèbre à la Géométrie* ; par M. POULLET-DELISLE , ex-élève , professeur de Mathématiques au Lycée d'Orléans ; 1 vol. in-8°. PARIS , 1809.

---

*Sommaires de quarante-sept Leçons sur le Mouvement des Corps solides , l'Equilibre et le Mouvement des Fluides ; données à l'Ecole Impériale Polytechnique , en 1809 , par M. de PRONY ; 1 vol. in-4°.*

---

**COURS DE MÉCANIQUE , par M. Poisson.**

1<sup>re</sup>. *Partie* , comprenant la Statique et les différens Principes de la Dynamique ;  
1 vol. in-4° de 159 pages.

2<sup>e</sup>. *Partie* , comprenant la suite de la Dynamique , l'Hydrostatique et l'Hydrodynamique (*Cette 2<sup>e</sup>. Partie est sous presse* ).

*Nota.* Ce Cours n'a encore été imprimé que pour l'usage des Elèves de l'Ecole Polytechnique.

---

Le 15<sup>e</sup>. Cahier du Journal de l'Ecole Polytechnique vient de paroître par les soins de MM. Poisson et Hachette , membres de la Commission que le Conseil d'instruction a chargée de l'impression de son Journal. Ce Cahier renferme sept Mémoires d'Analyse de MM. Poisson , Lagrange , Monge , Laplace ; un Mémoire sur la méthode du plus grand commun Diviseur , par M. Bret , ex-élève , une Notice de M. de Prony sur l'Ecluse de M. de Betancourt , et un Mémoire d'Optique par M. Malus ; 1 vol. in-4° , décembre 1809.

On imprime en ce moment un nouveau Cahier , qui sera le dixième de la Collection entière et complète du Journal de l'Ecole Polytechnique.

---

**DE LA DÉFENSE DES PLACES FORTES.**

Ouvrage composé par ordre de Sa Majesté Impériale et Royale , pour l'instruction des Elèves du corps du Génie ; par M. CARNOT , ancien officier de ce corps et ancien ministre de la guerre , membre de l'Institut de France et de la Légion d'honneur ;

1 vol. in-8. 527 p. Paris , 1810.

Cet ouvrage est divisé en deux parties. Dans la première , on prouve que tout militaire chargé de la défense d'une place doit

périr plutôt que de la rendre ; dans la seconde partie , on indique les moyens que fournit l'industrie pour assurer la meilleure défense des places. L'auteur termine cet ouvrage par la conclusion suivante :

De l'écrit qu'on vient de lire , résulte , je crois , bien évidemment cette vérité tranquillisante ; c'est que les barrières de l'Empire français sont absolument inexpugnables , pour quelque puissance ou réunion de puissances que ce soit , si elles sont bien défendues ; c'est qu'une bonne garnison établie dans l'une de nos places actuelles , et animée du noble désir de s'illustrer par une défense mémorable , peut , aussi long-temps qu'elle se trouvera pourvue de subsistances et de munitions , tenir tête à une armée dix fois aussi nombreuse , et se promettre enfin de la faire échouer , et même de la détruire entièrement , si celle-ci s'obstinoit à vouloir surmonter la résistance.

---

#### §. IV. PERSONNEL.

M. Fourcroy , instituteur de Chimie à l'Ecole Polytechnique depuis sa création , est décédé le 16 décembre 1809. Les nombreux et utiles services qu'il avoit rendus , comme savant et comme administrateur , lui ont mérité la haute réputation dont il jouissoit , et les éloges que l'amitié et la reconnoissance se sont empressées d'offrir à sa mémoire.

---

Un décret impérial du 31 mars 1809 avoit autorisé M. Gay-Lussac , répétiteur de Chimie à l'Ecole Polytechnique , à prendre le titre de professeur de Chimie-pratique à la même Ecole ; un autre décret du 17 février 1810 nomme M. Gay-Lussac instituteur de Chimie , en remplacement de M. le comte Fourcroy , décédé.

---

Le même décret nomme M. Thenard professeur de Chimie-pratique , en remplacement de M. Gay-Lussac.

---

Un autre décret du 7 juillet 1809 , nomme M. Lacroix , membre de l'Institut et instituteur d'Analyse à l'Ecole Polytechnique ,

examineur permanent près la même Ecole, en remplacement de M. Bossut.

---

Le même décret laisse à M. Bossut, comme récompense de ses travaux, la jouissance de son traitement de 6000 fr.

---

M. Ampère, l'un des inspecteurs-généraux de l'Université et répétiteur à l'Ecole Polytechnique, a été nommé instituteur d'Analyse en remplacement de M. Lacroix, par décret impérial du 28 décembre 1809.

---

M. Poinot, ex-élève de l'Ecole Polytechnique et professeur au Lycée Bonaparte, a été nommé le 29 octobre 1809, par S. Exc. M. le Gouverneur, d'après la présentation du Conseil de perfectionnement, pour faire, en remplacement de M. Labey, le Cours d'Analyse aux élèves de la première division.

---

S. Exc. M. le Gouverneur a nommé, le même jour, M. Binet (Paul-René) répétiteur d'Analyse en remplacement de M. Ampère, et M. Petit (A.-T) adjoint aux répétiteurs, en remplacement de M. Bazaine, élève des Ponts et Chaussées, démissionnaire.

---

M. Arago (Dominique-François-Jean), ancien élève de l'Ecole, membre de l'Institut de France, adjoint au bureau des longitudes, est autorisé, par décision de S. Exc. M. le Gouverneur, en date du 2 janvier 1810, à suppléer M. Monge pendant l'année 1810, toutes les fois que la santé de cet instituteur ne lui permettra pas de faire le cours dont il est chargé.

La présente autorisation a été communiquée au Conseil de perfectionnement dans sa séance du 2 février 1810.

---

### *Extrait d'une lettre de M. Livet.*

De Warsovia, le 17 octobre 1809.

J'ai l'honneur de vous adresser M. Linsky, Examineur de l'Ecole d'artillerie et du génie du duché de Warsovie. . . . .

Je suis actuellement Professeur en chef à l'Ecole d'artillerie et du génie; les Elèves que nous avons cette année étudient avec

autant d'intérêt que de succès la Géométrie descriptive ; nous avons terminé maintenant la théorie des ombres pour commencer incessamment la perspective. . . . .

J'ai rencontré en Pologne beaucoup d'Élèves de l'École Polytechnique ; je suis particulièrement lié avec deux anciens Élèves de cette École , MM. les Colonels Malet et Bontemps , dont le premier est Directeur du génie , et le deuxième de l'artillerie.

---

On a fait connoître ( pag. 32 de ce volume de la Correspondance, n°. 1 ) les noms des trois anciens Élèves promus à l'époque de janvier 1809 au grade d'ingénieur en chef des ponts et chaussées ; M. Lesage, inspecteur de l'École impériale des ponts et chaussées a eu la bonté de communiquer les noms de ceux qui ont obtenu, cette année (1810), le même grade ; ils sont au nombre de trois :

- 1°. M. Fèvre ( J.-B.-Simon ). *Voyez le 1<sup>er</sup>. volume de la Correspondance, page 99.*
  - 2°. M. Garella ( Hyacinthe ). *id. 107.*
  - 3°. M. Cavenne ( Franç.-Alexandre ). *id. 93.*
- 

*Extrait du rapport lu par M. BIOT à la Séance publique de la Classe des Sciences Physiques et Mathématiques de l'Institut, du 2 janvier 1810, sur les opérations faites en Espagne pour prolonger la Méridienne de France jusqu'aux Iles Baléares.*

.....

Tandis que nous suivions paisiblement en France la série des travaux et des calculs qui devoient compléter l'opération et en faire connoître le résultat définitif, M. Arago avoit été beaucoup moins heureux. Tant qu'il n'avoit eu à vaincre que les obstacles de la nature, les progrès de son entreprise avoient répondu à sa constance et à son habileté. Déjà il avoit terminé les triangles qui devoient lier Yvice à Mayorque et faire connoître l'arc de parallèle terrestre compris entre ces deux stations. Il s'étoit transporté à Mayorque avec M. Rodriguez, et aussitôt il avoit été s'établir sur le sommet d'une haute montagne, nommée le

Puch de Galatzo. Déjà il avoit observé les signaux d'Yvice et un assez grand nombre de passages d'étoiles à la lunette méridienne pour déterminer la différence des longitudes. Quelques jours encore, et le résultat de ces observations étoit invariablement fixé. Mais tout-à-coup le bruit se répand parmi le peuple que ces instrumens, ces feux, ces signaux ont pour objet d'appeler l'ennemi, de le diriger vers l'île et de lui montrer le chemin. Ce n'est plus qu'un cri de trahison et de mort. On veut aller à Galatzo en armes : heureusement M. Arago avoit été averti. Vêtu en paysan mayorquain, il part pour Palma, emportant avec lui ses observations, qui renfermoient déjà les élémens nécessaires pour le calcul de deux degrés de longitude. Arrivé à Palma, sans être aperçu, il se rend à bord de notre vaisseau, y reste deux jours caché, et cependant dépêche un bâtiment et des soldats à la cabane pour sauver et ramener les instrumens que les paysans engagés à son service avoient fidèlement gardés. Mais bientôt lui-même est en proie à de nouvelles alarmes. Le vaisseau où il s'étoit retiré n'est plus un asyle inviolable. Soit trahison, soit foiblesse, l'officier espagnol qui le commandoit, et qui jusqu'alors s'étoit montré notre ami, ne voulut, malgré ses promesses, ni protéger M. Arago, ni le conduire en France. Le capitaine-général ne parvint à le sauver qu'en l'enfermant dans la citadelle. C'est là qu'il resta plusieurs mois prisonnier, ayant non-seulement à regretter sa liberté, mais à craindre souvent pour sa vie. Une fois des moines fanatiques tentèrent de corrompre les soldats de garde, et les engagèrent à se défaire de lui. Cependant notre bon et digne ami M. Rodriguez ne l'abandonnoit pas dans son infortune. Incapable de manquer à l'amitié et à l'honneur, il alloit par-tout priant, pressant, fatiguant la junte par de continuelles démarches, demandant hautement la liberté de son collègue, et représentant l'injustice de sa détention ; enfin, il obtint sa délivrance. On permit à M. Arago de passer à Alger sur une petite barque. Il y fut conduit par un de nos matelots mayorquains, l'un des plus expérimentés marins de l'Espagne, et qui nous avoit toujours témoigné un attachement sans bornes et un dévouement absolu.

Arrivé dans cette ville, M. Arago est accueilli par le consul de France, M. Dubois-Thainville, qui le comble de bontés ; bientôt il s'embarque sur une petite frégate de commerce algérienne pour revenir en France. Après la navigation la plus heureuse, il arrive en vue de Marseille ; il se croyoit déjà dans le port, lorsqu'un corsaire espagnol voyant ce navire entrer dans un port français, l'attaque, le prend et l'emmène avec lui à Roses. M. Arago pouvoit échapper encore ; il étoit porté sur le

rôle des passagers comme négociant allemand : mais par le hasard le plus funeste, un des matelots qui avoit été autrefois sur notre bord se trouvoit sur celui du corsaire ; une exclamation lui échappe , M. Arago est reconnu et plongé avec tous ses compagnons dans la plus affreuse captivité.

Je ne dirai point ce qu'il eut à souffrir. Bientôt le Dey d'Alger fut informé de l'insulte faite à son pavillon. Il en demanda une réparation éclatante , exigea que le bâtiment , l'équipage , les marchandises et tous les passagers fussent rendus , menaçant , en cas de refus , de déclarer la guerre. Il fallut bien céder à ces vives réclamations. M. Arago se rembarque. Le bâtiment fait voile pour Marseille. On est de nouveau à la vue du port , lorsqu'une affreuse tempête du nord-ouest repousse le vaisseau avec une force irrésistible , le chasse et le jette sur les côtes de Sardaigne. C'étoit un autre péril. Les Sardes et les Algériens sont en guerre : aborder , c'est retomber dans une nouvelle captivité. Malgré une voie d'eau considérable on se décide à se réfugier sur les côtes d'Afrique ; et le bâtiment , prêt à couier bas , aborde enfin dans le petit port de Bougie , à trois journées d'Alger.

Là on apprend que le dey, qui les avoit si fortement protégés contre les Espagnols , a été tué dans une émeute. Un autre dey est à sa place. On visite soigneusement le navire entrant. Le poids des caisses qui renfermoient les instrumens astronomiques excite de violens soupçons. Que peuvent-elles contenir de si pesant , si ce n'est de l'or ? Pourquoi prendroit-on tant de précautions afin d'empêcher de les ouvrir , si elles renfermoient autre chose que des sequins ? Ne pouvant obtenir qu'on les lui rende , et ne se fiant point aux incertitudes d'une négociation barbaresque , M. Arago s'habille en turc , et associé à quelques autres personnes , sous la conduite d'un saint du pays , que l'on appelle un Marabou , il se rend par terre à Alger , à travers les montagnes. Je laisse à penser avec quels périls. Le consul , bien étonné de le revoir dans cet équipage , l'accueille avec la même bienveillance que la première fois. Les instrumens sont officiellement réclamés. Les Algériens , convaincus qu'ils ne sont pas d'or , mais de cuivre , ne leur trouvent plus aucune valeur et les rendent. Mais les occasions de retour étoient devenues rares et difficiles ; il fallut rester à Alger pendant six mois. Enfin le consul lui-même , rappelé à Paris par l'Empereur , s'embarque avec sa famille , et M. Arago s'embarque avec lui , sur un bâtiment de guerre au service de la régence ; plusieurs bâtimens de commerce les accompagnoient. Arrivés en vue de Marseille , ils sont encore rencontrés par une division anglaise , infiniment supérieure , qui leur ordonne de se rendre à Minorque. Tous

obéissent à la force ; tous , excepté le bâtiment où M. Arago étoit embarqué : le capitaine , plus hardi que les autres , profite d'un coup de vent favorable , tend ses voiles et entre à Marseille.

C'étoit là que tant de traverses devoient finir. M. Arago , de retour , a reçu le prix de ses travaux. Il occupe aujourd'hui à l'Institut , dans la section d'astronomie (1) , une place qu'il a bien méritée. Le récit de ses aventures prouve qu'en servant les sciences , on peut aussi rencontrer des entreprises hasardeuses et des périls honorables.

L'Académie Ionienne établie à Corcyre compte parmi ses membres plusieurs anciens Élèves , MM. Augoyat , capitaine du Génie militaire , Membre de la Légion-d'Honneur ; Arnaud , Ingénieur de Marine en chef dans les Sept - Iles ; Dupin , Capitaine du Génie maritime et Secrétaire de l'Académie pour la langue française.

L'Académie a tenu sa première séance publique le 15 août 1808 , jour de Saint-Napoléon : cette année correspond à la 1<sup>re</sup>. de la 647<sup>me</sup> Olympiade.

Les Examineurs d'admission à l'École Polytechnique qui ont été nommés par S. E. M. le Gouverneur , pour le Concours de 1809 , sont :

	MM.
Paris. . . . .	DINET.
Tournée du Sud-Ouest . . . . .	LABEY.
Tournée du Nord. . . . .	REYNAUD.
Tournée du Sud-Est. . . . .	FRANCŒUR.

Les examens ont été ouverts le 5 août 1809 , et les cours pour la deuxième division formée par la nouvelle promotion , ont commencé le 2 novembre , même année.

(1) S. M. l'Empereur a confirmé cette nomination le 4 octobre 1809 , au Camp impérial de Schoenbrunn.

## §. V. CONSEIL DE PERFECTIONNEMENT.

La dixième session du Conseil de perfectionnement a été ouverte le 20 octobre 1809, et a été terminée le 2 février 1810.

### LISTE DES MEMBRES DU CONSEIL.

*Gouverneur de l'École, Président.*

S. E. M. le comte de Cessac.

*Examineurs pour l'admission dans les services publics ;  
membres désignés par la loi.*

MM. Legendre, Lacroix, Vauquelin, Malus.

*Membres de l'Institut, pris, selon la loi, dans la classe des  
sciences physiques et mathématiques.*

MM. Berthollet, Laplace, Lagrange.

*Désignés par S. E. le Ministre de la Guerre,*

MM. Thirion, inspecteur-adjoint d'artillerie de la marine ;  
Allent, chef de bataillon du génie ; Puissant, chef de bataillon  
au corps impérial des ingénieurs-geographes.

*Désignés par S. E. le Ministre de la Marine.*

MM. Sugny, inspecteur-général d'artillerie de la marine ;  
Sané, inspecteur-général du génie maritime.

*Désignés par S. E. le Ministre de l'Intérieur.*

MM. Prony, inspecteur-général des Ponts et chaussées ;  
Lefebvre, membre du conseil des mines.

*Directeur des études de l'École Polytechnique.*

M. de Vernon.

*Commissaires choisis par le Conseil d'instruction de l'École  
Polytechnique parmi ses membres.*

MM. Guyton, Hassenfratz, Vincent, Poisson.

*Quartier-Maitre de l'École Polytechnique, Secrétaire.*

M. Marielle.

# LISTE,

## PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

*Des 167 Candidats admis à l'École impériale Polytechnique  
suivant la décision du Jury du 28 septembre 1809.*

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENT.
André.	Louis-Auguste.	Troyes.	Aube.
Andrieu.	Bonnet.	Bordeaux.	Gironde.
Barbedette.	Siméon-Pierre-Jean.	Hédé.	Ille-et-Vilaine.
Bardonnaut.	Jean-Nicolas-Marcelin.	Langres.	Haute-Marne.
Barthes.	Jean-Etienne - Frédéric-Marie.	Saint-Felix.	Haute-Garonne.
Bastide.	Jean-Antoine-Sébastien.	Gropierres.	Ardèche.
Baumal.	Rodolphe-Constant-Justin-Prosper.	Douay.	Nord.
Beaudemoulin.	Louis-Alexis.	Paris.	Seine.
Bédigie.	Pierre-François-Gabriel.	Paris.	Seine.
Benoit.	Philippe-Martin-Narcisse.	Saint-Pons.	Hérault.
Berthault.	Claude-Jean-Baptiste-Alexandre.	Châl.-sur-Saône.	Saône-et-Loire.
Berthelot de la Durandière.	Joseph-Eugène.	Le Puits-Saint-Bonnet.	Deux-Sèvres.
Besson.	Auguste-David-Just-Antoine.	Grenoble.	Isère.
Besuchet.	Anne François-Joseph.	Salins.	Jura.
Binet.	Philippe-Thomas.	Rennes.	Ille-et-Vilaine.
Blanchard.	Joseph.	Briançon.	Hautes-Alpes.
Blondat.	Antoine-Gabr.-François.	Troyes.	Aube.
Boileau.	Jean-Guillaume.	Soissons.	Aisne.
Boistard.	Achille.	Melun.	Seine-et-Marne.
Bonuiet.	Emile-Julien-Joseph.	Lille.	Nord.
Bonnière.	André-Louis-Eugène.	Boulogne.	Pas-de-Calais.
Bourrousse - Lafore.	Jacques-Samuel.	Laplume.	Lot-et-Garonne.
Bourrousse - Lafore.	Martial-Augustin.	Laplume.	Lot-et-Garonne.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENTS.
Boussac.	Paulin-Joseph-Gustave.	Layrac.	Lot-et-Garonne.
Boylesve.	Etienne.	Saint-Hilaire.	Vendée.
Broquard de Bus- sière.	Charles-Franç.-Joseph.	Besançon.	Doubs.
Cabrol.	Robert - Pierre-Barthé- lemy.	Rodez.	Aveyron.
Cardon.	Louis-Dominique-Marie	Chatillon - sur- Chalaronne.	Ain.
Castel.	Arthur-Clément-Marie.	Paris.	Seine.
Cauvet de Lon- grais.	Alfred-Eugène-Alderic.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Challaye.	Alphonse-François.	Montereau.	Seine-et-Marne.
Chancel.	Jean-Edmond.	Angoulême.	Charente.
Chapuy (1).	Nicolas-Marie-Joseph.	Paris.	Seine.
Chateaurenaud.	Joseph-Hippolyte.	Angers.	Maine-et-Loire.
Chayé.	Dieudonné.	Paris.	Seine.
Chouillou.	Jean-Victor.	Paris.	Seine.
Claudel.	Jean.	Epinal.	Vosges.
Cotelle.	Barnabé.	Briare.	Loiret.
Courant.	Pierre-Lamb.-Florence.	Lisieux.	Calvados.
Crémoux.	Pierre.	Périgueux.	Dordogne.
Crestin Doussiè- res.	Eug.-Franç.-Jean-Bap.	Arbois.	Jura.
Cunier.	Hippol. - Louis-Amour.	Valenciennes.	Nord.
Daigremont.	Joseph-Honoré - Desiré.	Cambrai.	Nord.
Daniel.	Henri-Frédéric.	Grangues.	Calvados.
David.	Jean-Baptiste.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Decaieu.	Philippe-Louis.	Oisemont.	Somme.
De Chastelus.	Jean-Claude-Hilaire.	Saint Priest-La- roche.	Loire.
Delagrye.	François-César.	Renaiss.	Loire.
Delamorinière.	Jean-François-Henry.	Meudon.	Seine-et-Oise.
Delarue.	Armand.	Carentan.	Manche.
Depigny.	Jean-Pierre.	Carouge.	Léman.
Desbrochers.	Réné.	Vaudroncourt.	Moselle.
Desmaretz de Pa- lis.	Eug. Ch.-Nicol.-Marie.	Palis.	Aube.
D'harnois.	Adolphe-Charles-Fran- çois.	Fécamp.	Seine-Inférieure.
Dissandes - Mon- levade.	Jean-Antoine.	Gueret.	Creuse.
Doucet.	Guillaume.	Tours.	Indre-et-Loire.
Douzon (2).	Jean.	Villeneuve.	Lot-et-Garonne.

(1) M. Chapuy avoit déjà été admis en 1806, mais il n'avoit pas rejoint.

(2) M. Douzon avoit déjà été admis en 1807; il s'étoit retiré le 23 sep-  
tembre 1808.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENT.
Drappier.	Adolphe-Auguste.	Pont-Audemer.	Eure.
Dreppe.	Charles-Frédéric.	St.-Pol-de-Léon.	Finistère.
Dubois.	Antoine-Louis.	Paris.	Seine.
Dubuz.	François-Jacques.	Paris.	Seine.
Ducv.	Charles-Auguste.	Hectomare.	Eure.
Dufilhol.	Louis-Antoine.	L'orient.	Morbihan.
Dufour.	François-Jules-Isaac.	Abbeville.	Somme.
Dupont.	Pierre-Jacques-Amand.	Maëstricht.	Meuse-Infer.
Dupont.	Antoine-Pierre.	Brest.	Finistère.
Duron.	François.	Pont-à-Mousson.	Meurthe.
Fauquez.	Auguste-Armand.	Montereau.	Seine-et-Marne.
Fessard.	Paul.	Rouen.	Seine-Inférieure.
Frotier de la Messelière.	Charles	Poligny.	Vienne.
Galice.	Barthélemy.	Monestier.	Hautes-Alpes.
Gay.	Louis-Marie.	La Mothe-Saint- Jean.	Saône-et-Loire.
Gibou.	Antoine - Alexandre - Frédéric.	Auxonne.	Côte-d'Or.
Gilbert de Gour- ville.	Jean.	La Rochelle.	Charente-Inférieure.
Goblet.	Albert-Joseph.	Tournay.	Jemmappe.
Gonet.	Louis - Joseph - Bona- venture.	Pont-de-Vaux.	Ain.
Goy.	Jean-Louis-Alexandre.	Orgelet.	Jura.
Griffet-Labaume	Gilbert-Charles.	Roanne.	Loire.
Gueze.	Alexandre-Florimond.	Marseille.	Bouc.-du-Rhône.
Henry.	Pierre-Valentin.	Villedieu - en- Fontenelle.	Haute-Saône.
Hérault.	Jean-Adelle.	Paris.	Seine.
Herval.	Jean - Charles - Amant- Fidèle.	Paris.	Seine.
Hetzrodt.	Pierre-Joseph.	Trèves.	Sarre.
Juncker.	Chrétien-Auguste.	Obenheim.	Bas-Rhin.
Kersaint ( Coët Nempren. )	Armand-Guy-Charles.	Saint-Denis.	Seine.
Ketelbuter.	Eugène-Alb.-Edouard- Alphonse.	Bruxelles.	Dyle.
Labarrière.	Joseph-Frédéric.	Lautrec.	Tarn.
Lacroix.	Antoine-Pierre-Hippol.	Paris.	Seine.
Lambert.	Charles.	Paris.	Seine.
Lancelin.	Gilles-Marie.	Brest.	Finistère.
Jatour.	Benjamin-Alexandre.	Machecoul.	Loire-Inférieure.
Laval (1).	Jacques-Raymond.	Pergain.	Gers.
Lavallée (2).	Hilaire.	Isle Bouchard.	Indre-et-Loire.
Lefebvre.	Louis-Henry.	Rheims.	Marne.

(1) M. Laval avoit déjà été admis en 1808, mais il n'avoit pas rejoint.

(2) M. Lavallée, *idem*.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENTS.
Legrand.	Baptiste-Alexis-Victor.	Paris.	Seine.
Le Grix.	Pierre-Félix.	Le Havre.	Seine-Inférieure.
Lelièvre.	Bertrand-Hugues.	Paris.	Seine.
Lemoine.	François.	Stigny.	Yonne.
Lemoyne.	Jean-Jacques.	Saint-Pierre-de-Juilliers.	Charente-Infér.
Lendy.	Armand-Louis-Frédéric-Réné.	Courbevoye	Seine.
Le Prince.	Paul.	Laval.	Mayenne.
Leseq.	Aug.-Jean-Catherine.	Paris.	Seine.
Letard de Labou- ralière.	Pierre-Jean-Bertrand-Delphin.	Richelieu.	Indre-et-Loire.
Lethierry.	Joseph-Desiré.	Lille.	Nord.
Levillain.	Marie-François-Denis.	Essay.	Orne.
Liébaut.	Nicolas-Franç.-Joseph.	Dombasle.	Meurthe.
Liénard.	Alexandre.	Bayeux.	Calvados.
Limousin.	Noël.	Angoulême.	Charente.
Lorcilhe.	Jean.	Sainte-Foix.	Gironde.
Louis.	Joseph.	Issoudun.	Indre.
Maignen.	Jean-Jacques.	Paris.	Seine.
Marquis.	Donatien.	Chambly.	Oise.
Martin.	Joseph-Matthieu.	Mayence.	Mont-Tonnerre.
Menot.	Gabriel-Julien.	Vailly.	Aisne.
Merle.	Félicité-Charles-Prudent.	Bagé-le-Châtel.	Ain.
Messey.	Louis-Auguste.	Braux-le-Châtel.	Haute-Marne.
Millon.	Antoine.	Châl.-sur-Saône.	Saône-et-Loire.
Mimerel.	Armand-Florimond.	Amiens.	Somme.
Molina.	Jean-Vincent-Augustin.	Virle.	Pô.
Mondot.	André-Joseph-Jules.	La Souterraine.	Creuse.
Monneret.	Alexandre-Adrien-Joseph.	Douay.	Nord.
Morel.	Amédée-Edme.	Pontoise.	Seine-et-Oise.
Morel Duesme.	Marie-Franç.-Frédéric.	Dijon.	Côte-d'Or.
Mosca.	Charles-Bernard.	Occhieppo supé- rieur.	Sésia.
Nosereau.	Gabriel.	Loudun.	Vienne.
Odiot.	Joseph-Marie.	Paris.	Seine.
Ollivier.	Jean-Baptiste-Victor.	Aprey.	Haute-Marne.
Parentin.	Antoine-Joseph.	Paris.	Seine.
Parrot.	Eberhard-Louis.	Montbéliard.	Haut-Rhin.
Pasteur.	Pierre-Jean.	Paris.	Seine.
Patas de Mesliers.	Jacques-Omer.	Orléans.	Loiret.
Peltier.	Charl.-Éloi-Ferdinand- François-Xavier.	Bouzonville.	Moselle.
Perruchot - Lon- geville.	Desiré-Louis-Rose.	Saint-Malo.	Ille-et-Vilaine.
Pétin.	Etienne-Louis-Simon.	Strasbourg.	Bas-Rhin.
Pey.	Jean.	Bayonne.	Basses-Pyrénées.
Philippé.	Joseph-Prudent.	Chambéry.	Mont-Blanc.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENTS.
Pichot - Lamabillais.	Pierre-Jean-Baptiste.	Landerneau.	Finistère.
Pierron de Mondésir.	Auguste-Jean-Marie.	Paris.	Seine.
Policarpe.	Antoine-Pierre.	Carcassonne.	Aude.
Poullain.	Jean.	Paris.	Seine.
Poumeyrol.	Joseph.	Fonceigner.	Dordogne.
Prévôt - Longpérier.	Jean-Baptiste-Gabriel.	Lagny-le-Sec.	Oise.
Prié.	Antoine-Jean-Solange.	Grenoble.	Isère.
Proust.	Paul-François.	Niort.	Deux-Sèvres.
Prus.	Jean-Charles.	Noyon.	Oise.
Radepont.	Jean - Baptiste - Louis-François.	Auxonne.	Côte-d'Or.
Rainguel.	Charles-Victor-Emond.	Faucogney.	Haute-Saône.
Raucourt.	Antoine.	Charleville.	Ardennes.
Rely.	Charles-Franç.-Amour-Constant.	Metz.	Moselle.
Roget.	Nicolas.	Paris.	Seine.
Rollandy.	Joseph-Pierre-Paul.	Lurs.	Basses-Alpes.
Saucourt.	Jean-François.	Reims.	Marne.
Sauvageot.	Antoine-Gabriel.	Paris.	Seine.
Schneider.	Théodore.	Rouffach.	Haut-Rhin.
Sirveaux.	Brice-François.	St.-Bresson.	Haute-Saône.
Solier.	Antoine-Joseph-Jean.	Marseille.	Bouc.-du-Rhône.
Tascher.	Eugène-Jean-Marie.	Orléans.	Loiret.
Trona.	Victor - Emm. - Joseph-Augustin-Jean-Marie.	Turin.	Pô
Trotté-Laroche.	Pierre.	Le Mans.	Sarthe.
Urban.	Perpétue-Joseph-Louis.	Dinant.	Samb.-et-Meuse.
Vallot.	Jean-Charles.	Paris.	Seine.
Vanéechout.	Benj.-Aubert-Ernest.	Saint-Omer.	Pas-de-Calais.
Vieillard.	Narcisse.	Paris.	Seine.
Vincens.	Joseph-Marie.	Lavaur.	Tarn.
Willmar.	Jean-Pierre-Christine.	Luxembourg.	Forêts.
Yver dit Labru-			
chollerie.	Louis.	Carentan.	Manche.
Zédé.	Pierre.	Périgueux.	Dordogne.

## CONCOURS DE 1809.

Le jury d'admission de l'École Impériale Polytechnique a prononcé, le 28 septembre 1809, sur les candidats qui se sont présentés au concours de cette année ;

Trois cent quatre-vingt-deux candidats ont été examinés, tant à Paris que dans les départemens. Sur ce nombre, trente-trois

ont été exclus du concours, comme n'ayant pas satisfait aux conditions du programme relatives au dessin et aux connoissances exigées dans les langues française et latine ;

Vingt-cinq, qui n'ont pas parfaitement satisfait à ces conditions, ont été placés dans un rang moins bon que celui auquel leur instruction dans les sciences mathématiques leur donnoit droit de prétendre.

Le nombre des candidats admis par le jury a été de 167.

Nombre des candidats examinés en 1809, 382, savoir :

A Paris. . . . .	131	} . . . . . 382
Dans les départemens . . . . .	251	

Nombre des candidats admis en 1809, 167, savoir :

A Paris. . . . .	66	} . . . . . 167
Dans les départemens. . . . .	101	

Nombre des Élèves admis jusqu'au 1 <sup>er</sup> . novem- bre 1808. . . . .	2139
--	------

Total des élèves admis à l'École depuis son éta- blissement . . . . .	2306
--	------

## ADMISSION DANS LES SERVICES PUBLICS.

Le jury présidé par M. le Gouverneur, et composé des deux Examineurs permanens, MM. Legendre et Lacroix, et des Examineurs temporaires, MM. Vauquelin et Malus, a arrêté, le 30 septembre 1809, les listes suivantes, par ordre de mérite ; savoir :

*Artillerie de terre.* MM. Bouteiller, Chonet - Bollemont, Abbate, Gentil dit Maurin, Casterat, Berjaud, Roussot, Lefranc, Vialay, Pasquier, Martin, Souhait (C.-P.), Rigal (H.), Audoury, Gauthier, Picher-Grandchamp, Donat, Victor, Leudet, Debooz, Dumotet, Dalençon, Gellibert, Gay de Vernon, Brémard, Fayon, Rigal (P.), Ramadou, Hervé, Leboulanger, Souhait (M. L. J.), Michaux, Géant, Brière de Mondétour, Lapene, Lesterpt, Colliot de la Hattays, Ménard, Varin de Beautot, Cloquemin, Courand, Burcy, Leguay-

Delavigne, Leroy (J.), Auricoste de Lazarque, Romagnie, Lari-  
gaudie, Mardochee ( Eugène ), Salomon, Ducos - Lahitte,  
Vimal-Teyras, Bauyn, Esperonnier, Lallement, Pichard,  
Lassus *dit* Marcilly, Bousson, Mardochee ( Gustave ) Lacoste,  
Piron, Rosselin, Baillot, Gallez, Vongoefft, Legendre, Cas-  
tel, Levy ( Feistel ), Gourousseau, Doisy-Villargennes, Sou-  
lié, Levie ( A. T. ), Lebourg, Saussine, Lanty, Delon, Du-  
cros St.-Germain, Gilart-Larchantel, Bergery, Ledenmat-  
Kervern, Duboy, Lombard de Ginibral, Billoin, Baulu,  
Darcel, Pellegrin, Laniepce-Jeufosse. . . . . 86

*Artillerie de mer.* MM. Michel ( Jules ), Grillet, Gerus,  
Georges, Zeni. . . . . 5

*Génie militaire.* MM. Stucker, Divory, Dufour, Basselier,  
Perrin, Gérard, Desjardins-Gerauvillier, Moréal, Montmas-  
son, Vaillant, Beurnier, Clerici, Massillon, Prévost-Gagemon,  
Massu, Michel ( Jean ), Savary, Legrand, Juhel, Castagné,  
Bergère, Nicolas, David St.-Georges, Monmartin, Leva-  
vasseur. . . . . 25

*Ponts et Chaussées.* MM. Bourguignon - Duleau, Fresnel,  
Lacordaire, Panichot, Sénéchal, Lemasson, Leblanc, Vinard,  
Kermel, Deroys-Saint-Michel, Poulle. . . . . 11

*Mines.* MM. Poirier *dit* Saint - Brice, Dubosc. . . . . 2

*Construction des vaisseaux.* MM. Mazaudier, Laimant,  
Chanot, Dumonteil, Lebreton, Lefebure de Cerisy. . . . 6

*Géographes.* MM. Montalant, Laurencin, Foulard, Porlodec-  
Lanvarzin. . . . . 4

*Poudres et salpêtres.* MM. Maguin et Labiche (1). . . . 2

*Instruction publique.* M. Petit ( A. T. ). . . . . 1

*Admis dans les troupes de ligne en qualité de sous-  
lieutenans.*

MM. Devère, Gallot, Hecquet, Hyman, Louis, Moret,  
Nantil, Poulain ( F.N. ), Raigniac, Rambaud, Schérer,  
Travers. . . . . 12

---

(1) Le concours pour ces deux places d'élèves des poudres a été ouvert le 10 août 1809, au lieu des séances de l'administration générale des poudres et salpêtres, conformément à la loi du 27 fructidor an 5 (13 septembre 1797); M. le sénateur Monge étant absent de Paris, pour cause de santé, S. E. le Ministre de la guerre a chargé M. Hachette de le remplacer dans les fonctions d'examinateur; le Ministre a nommé, sur la proposition de M. Hachette, MM. Maguin et Labiche, Elèves des poudres et salpêtres.

*Démisionnaires.*

MM. Geoffroy - Durouret, Gouvello, Lachèze, Laval,  
Lavallée, Mauviel, Petit ( J.-B.-J. ), Rondeau - Martinière,  
Simonot - Vertenay. . . . . 9

*Mort.*

M. Buisson. . . . . 1

*Etat de situation des Elèves de l'Ecole Impériale Polytechnique, à l'époque du 1<sup>er</sup> novembre 1809; et résultat des opérations des jurys d'admission dans les services publics, de passage de la seconde division à la première, et d'admission à l'Ecole.*

L'Ecole étoit composée, le 1<sup>er</sup> novembre 1809, de 330 élèves;

*S A V O I R :*

Première division. . . . . 151 } . . 330 Elèves.  
Seconde division. . . . . 179 }

Elle a perdu dans le cours de l'année,

Mort ( 1<sup>re</sup> division ) . . . . . 1 }  
Démisionnaires { 1<sup>re</sup> division. 4 } 9  
                          { 2<sup>e</sup> division. 5 }  
Passés sous-lieutenans dans la ligne { 1<sup>re</sup> division. 3 } 12  
  { 2<sup>e</sup> division. 9 }

*Admis pour les services publics.*

Artillerie de terre. . . . . 86 }  
Artillerie de mer . . . . . 5 } 164  
Génie militaire. . . . . 25 }  
Ponts et chaussées . . . . . 11 } 141  
Mines. . . . . 2 }  
Construction des vaisseaux. . . . . 6 }  
Géographes. . . . . 4 }  
Poudres et salpêtre . . . . . 2 }  
Admis dans l'instruction publique. . . . . 1 }

( 134 )

Au 1<sup>er</sup>. novembre 1808, l'école restoit composée de 166 Elèves ;

SAVOIR :

Première division . . . . .	I	} 166
Seconde division : . . . . .	165	

Le Jury a pensé que sur les 165 Elèves qui composoient la deuxième division, 155 (1) étoient susceptibles de passer à la première, et que 10 devoient faire une seconde année dans cette division. Il en est résulté que la nouvelle première division s'est trouvée composée de 156 Elèves.

Ajoutant aux 166 Elèves qui restent à l'Ecole , les 167 qui ont été admis au concours de cette année, ci . . . . . 167

L'Ecole s'est trouvée composée au 1<sup>er</sup>. novembre 1809, de. . . . . 333 Elèves.

SAVOIR :

Première division . . . . .	156	} 333
Deuxième division. . . . .	177	

---

## §. VI. ACTES DU GOUVERNEMENT.

---

S. Exc. le Gouverneur a arrêté les changemens suivans dans l'uniforme des Elèves (2).

*Grand Uniforme.* Les revers blancs ont été remplacés par des revers bleus ;

La veste et la culotte de drap blanc, par une veste et une culotte de drap bleu en hiver, une veste de basin uni et une culotte bleue en été.

Les guêtres blanches par des guêtres noires.

*Petit Uniforme.* La doublure bleue a été remplacée par une doublure écarlate.

---

(1) Y compris M. Beck, Hollandais de naissance, que le Conseil de perfectionnement a autorisé à suivre les cours de la première division, sans pouvoir concourir pour les services publics. ( *Voyez* pag. 376, 1<sup>er</sup>. volume ).

(2). *Voyez* l'uniforme adopté le 3<sup>e</sup>. jour complémentaire an 13, n<sup>o</sup>. 5, vol. 1<sup>er</sup>. pag. 163.

S. Exc. le Ministre de la guerre, d'après l'ordre de S. M. l'Empereur et Roi, a nommé, le 27 janvier 1810, M. le Colonel d'artillerie Greiner, commandant du bataillon de l'Ecole Polytechnique, en remplacement de M. le Chef de bataillon Davignon qui a obtenu sa retraite.

Par décret du 3 janvier 1810, S. M. a nommé S. Exc. M. le Comte de Cessac Ministre de l'Administration de la Guerre.

---

*Article omis page 422 du 1<sup>er</sup> volume de la Correspondance.*

Ajoutez après l'équation,

$$Pz^2 = \frac{MN\phi'^2 - (M + N\phi'^2)^3}{MN''\phi^2}, \text{ ce qui suit :}$$

quand la surface est de révolution, on a  $M = N$ , et cette dernière équation devient :

$$Pz^2 = 1 - \frac{M(1 + \phi'^2)^3}{\phi''^2}. \quad (E).$$

*ADB* (fig. 10, planche du n°. 6, relative à l'article, pag. 195 du 1<sup>er</sup> volume) étant une cycloïde rapportée à deux axes perpendiculaires entre eux qui se coupent au point *A*, origine de la courbe, et comptant les abscisses  $a$ , à partir du point *A* sur la droite *AB* et les ordonnées  $\phi a$  perpendiculairement à cette droite, on a pour l'équation différentielle de la cycloïde

$\phi' = \sqrt{2a - \phi}$ ,  $a$  est le rayon du cercle générateur de la cycloïde; prenant cette cycloïde pour la courbe directrice du centre de la surface du second degré de révolution, l'équation (E) devient, d'après l'équation de la cycloïde,

$Pz^2 = 1 - 8Ma\phi$ ; l'équation  $y - \phi = \frac{M + N\phi'^2}{N\phi''}$ , donne

$y = -\phi$ ; éliminant  $\phi$ , on a :

$$Pz^2 = 1 + 8May$$

ce qui prouve, etc. (Suit l'article de M. Livet, pages 422—427).

---

**ERRATA.**

1.<sup>er</sup> volume, page 98, ligne 19,

*Au lieu de* Boullanger, ingénieur-hydrographe ;

*Lisez :* Le Boullenger..., ponts et chaussées.

*Idem*, pag. 377, lig. 4,

*Au lieu de* Cartier ( Félix ) ;

*Lisez :* Cartier *dit* Félix ( Jean-Dominique-Arnaud ).

2.<sup>e</sup> volume, pag. 41, lignes 5, 6 et 7,

MM. Bouché ( G. F. E. ), Deprez de Crassier et Petit ( L. J. B. D. ), portés comme démissionnaires, ont été nommés sous-lieutenans dans les troupes de ligne.

Pag. 70, ligne 12,

*Au lieu de* fig. 2, pl. 1 ;

*Lisez :* fig. 3, pl. 1.

Pag. 76, ligne 20,

Mettez *z* avant le signe  $+$  qui termine la ligne.

Pag. 78, à la 3.<sup>e</sup> ligne en remontant,

*Au lieu de* et, *lisez :* est.

Pag. 80, 1.<sup>re</sup> ligne,

*Au lieu de*  $x'$ , *lisez :*  $x$ .

Pag. 93, ligne 17,

*Au lieu de* perpendiculaire  $p' p'' P''$  sur  $AD$ , et on fera  $p'' P'' = p' P''$ ,

*Lisez :* perpendiculaire  $P' P''$  sur  $AD$  et

